Vol. 10 1960 No. 3

# SCHALLDÄMPFUNG UND SCHALLVERSTÄRKUNG IN LUFTSTROMUNGEN DURCH ABSORBIEREND AUSGEKLEIDETE KANÄLE

von Fr. MECHEL

III. Physikalisches Institut der Universität Göttingen

#### Zusammenfassung

An Hand einer einfachen Dämpfungsformel werden Einflußmöglichkeiten der Strömung auf die Luftschalldämpfung in Strömungskanälen diskutiert. Dämpfungsmessungen an porösen Absorbern ergeben Dämpfungsänderungen durch die Strömung, welche der Änderung der Kanalwellenlänge entsprechen, und Nichtreziprozität der Dämpfung. Bei Absorbern aus bedämpften Helmholtz-Resonatoren wird die Resonanzdämpfung durch Nichtlinearitäten an den Resonatorhälsen erniedrigt.

Mit Hilfe des Pseudoschalles in einer Strömung und der Partialwellen in Kanälen mit periodischer Berandung kann die an reaktiven Absorbern in der Strömung gefundene Signalverstärkung in Analogie zu der Wanderfeldröhren-Verstärkung gesetzt werden. Diese Analo-

gie wird durchgeführt und durch Messungen an Resonanzabsorbern bestätigt.

#### Summary

With the help of a simple equation possible influences of flow on the attenuation of airborne sound in flow ducts are discussed. Measurements with porous absorbers show changes of the attenuation caused by the flow, which correspond to the change of wavelength in the duct, and non-reciprocity of the attenuation. With absorbers consisting of damped Helmholtz resonators the resonance attenuation is reduced by non-linearities in the resonator necks.

"Pseudo-sound" in flow and partial waves in ducts with a periodic structure of the boundaries are used for the explanation of signal amplification at reactive absorbers in the flow. The explanation is made in close analogy to the description of the travelling-wave tube amplification mechanism. The theory is confirmed by measurements with resonance absorbers.

#### Sommaire

A l'aide d'une formule simple pour l'affaiblissement du son dans un conduit absorbant on discute les influences que peut exercer un courant d'air sur l'atténuation. Des mesures avec des absorbants poreux indiquent une variation de l'affaiblissement correspondant au changement de la longueur de l'onde dans le conduit, causé par le courant, et une non-réciprocité de l'affaiblissement. Pour des résonateurs de Helmholtz amortis, l'affaiblissement dans la résonance est réduit par des effets non-linéaires aux bouches des résonateurs.

Des absorbeurs réactifs dans le courant d'air montrent parfois une amplification du signal acoustique. Après discussion des termes du pseudo-son dans un courant d'air et des ondes harmoniques spatiales dans des conduits à paroi périodique, cette amplification peut être expliquée en analogic avec l'amplification dans les tubes à onde progressive. Cette analogie

est confirmée par des mesures.

#### Einleitung

Die Beherrschung der Luftschalldämpfung in Kanälen mit überlagerter Luftströmung ist eine Forderung, die an die technische Akustik häufig gestellt wird. In Belüftungskanälen und in Testräumen für Strahlantriebswerke sollen die Strömungskanäle tunlichst nicht gleichzeitig Schallwege für die Geräusche mit hohen Pegeln der Strömungsgeneratoren sein. In diesem Falle wird verlangt, daß der Schall bei seiner Ausbreitung in Strömungsrichtung gedämpft wird. Damit Belüftungskanäle in Gebäuden keine Eintrittsöffnungen für den Lärm der Außenwelt darstellen, muß der Schall bei seiner Ausbreitung entgegen der Strömung gedämpft werden. Neben dem technischen

Anliegen bei Dämpfungsmessungen in Strömungskanälen besitzen solche Untersuchungen aber auch physikalisches Interesse. Eine frühere und die vorliegende Arbeit [1] zeigen das Auftreten neuartiger Erscheinungen bei der Schallausbreitung in absorbierend ausgekleideten Strömungskanälen. Diese Ergebnisse weisen darauf hin, daß schon bei relativ kleinen Strömungsgeschwindigkeiten die Erfahrungen über die Schalldämpfung bei ruhender Luft nicht ohne weiteres auf die Methoden zur Erzielung einer hohen Luftschalldämpfung bei überlagerter Gleichströmung übertragen werden dürfen.

Der Aufbau und die Meßmethoden bei dieser Arbeit sind im wesentlichen dieselben wie in [1] beschrieben. Die Strömung von einem gegen die Leitung Körperschall-isolierten Zentrifugalgebläse wird zunächst durch zwei Dämpfer geführt, wovon der erste auf die ausgeprägtesten Geräuschkomponenten des Gebläses abgestimmt ist. Hinter dem zweiten Dämpfer bleibt das weiße Strömungsrauschen. Nach einer starken Querschnittsreduktion geht es dann auf die eigentliche Meßstrecke von 2,40 m Länge. Der freie Kanalquerschnitt in der Meßstrecke hat die Abmessungen 33 mm × 100 mm. Auf eine oder beide der Breitseiten wird der zu untersuchende Absorber aufgebracht. Ein Diffusor aus Steinwolle am Kanalende setzt die Reflexionen, das Übersprechen aus dem Meßraum in das Kanalende und die Ausströmungsgeräusche herunter.

Bei den Messungen wird das Sondenrohr eines akustisch an die Sonde angepaßten Mikrophons durch den Kanal gezogen. Die Schallaufnahmeöffnungen sind zur Verminderung des Eigenrauschens der Sonde seitlich an der Sondenspitze angebracht und mit Kupfergaze formbündig abgedeckt. Der Mikrophonausgang ist an ein durchstimmbares Überlagerungsfilter mit 6 Hz Bandbreite gelegt. Die Filterspannung wird mit einem logarithmischen Pegelschreiber registriert. Zur Messung der Phasengeschwindigkeit wird ein selektiv arbeitender, phasenempfindlicher Lock-in-Verstärker benutzt. Das akustische Signal, dessen Ausbreitung untersucht wird, wird durch zwei Druckkammersysteme mit je 200 Watt elektrischer Leistungsaufnahme erzeugt. Sie sind entweder am Kanalanfang einander gegenüberliegend angebracht und werden im Gegentakt betrieben oder sitzen - wenn an dem Absorber die Schalldämpfung für beide Ausbreitungsrichtungen des Signals relativ zur Strömung untersucht wird je an beiden Enden der Meßstrecke, so daß an dem Absorber für die beiden Messungen nichts verändert zu werden braucht.

Es wurden Strömungsgeschwindigkeiten bis  $80\,\mathrm{m/s}$  untersucht; der verwendete Frequenzbereich lag zwischen 200 Hz und 3 kHz. Der Störabstand des Signals zum Strömungsrauschen war, wenn im folgenden nicht ausdrücklich anders gesagt, mindestens 25 dB; im Mittel lag er zwischen 35 und 45 dB. Die Dynamik bei der Phasenmessung in der Strömung war 45 dB. Die Welligkeit des Schalldruckes infolge Reflexionen am Kanalende war kleiner als 4 dB. Das Übersprechen aus dem Meßraum in den Kanal lag unter  $-45\,\mathrm{dB}$ .

#### A. DÄMPFUNG BEI DISSIPATIVEN ABSORBERN

In der Technik der Luftschall-Dämpfung werden hauptsächlich poröse Absorber oder stark bedämpfte Resonatoren verwendet, also Absorber mit überwiegend dissipativer Dämpfung. Einen Überblick über die möglichen Strömungseinflüsse auf die Dämpfung gewinnt man für den einfachen Fall der ebenen Welle an Hand der bekannten, durch einfache Energiebetrachtungen hergeleiteten Dämpfungsformel

$$N(z) = N_0 \exp\left(-\frac{\operatorname{Re}(L) |p_{\mathbf{w}}|^2 z}{\int I(x) dx}\right). \tag{1}$$

Darin ist N die Schalleistung durch den Kanalquerschnitt,  $\operatorname{Re}(L)$  der Realteil des komplexen Wandleitwertes des Absorbers mit den Absorberoberflächen bei  $x=\pm h$ ,  $p_{\mathrm{w}}$  der Schalldruck an diesen Wandflächen, z die Koordinate in Ausbreitungsrichtung, x die Koordinate senkrecht zu den Absorberoberflächen, I(x) die Schallintensität, wobei diese querveränderlich zugelassen ist und über den Kanalquerschnitt integriert wird. Die Formel läßt zu, daß aus einer anfänglich ebenen Welle infolge der Strömung und großer Wandleitwerte eine Welle mit querveränderlichen Feldgrößen wird. Es soll der Einfluß der Strömung auf die einzelnen Größen im Dämpfungsexponenten diskutiert werden.

Es werden zunächst L und  $p_{\rm w}$  als durch die Strömung unverändert angenommen; speziell sei L klein, so daß der Schalldruck p über den Querschnitt konstant ist:  $p_{\rm w}=p$ . Im ruhenden Medium wird für einen Kanalausschnitt der Breite eins in y-Richtung

$$\int_{0}^{h} I(x) \, dx = I_{0} h = h \, p^{2} / \varrho \, c \,. \tag{2}$$

Mit einer einfachen Rechnung kann man zeigen [2], daß diese Schallintensität für eine ebene Welle und eine eindimensionale Strömung in Richtung der Wellennormalen bis auf Glieder dritter Ordnung abgeändert wird in

$$I_v = \frac{p^2}{oc} (1+M) = I_0(1+M),$$
 (3)

worin  $\varrho$  die Luftdichte, c die Schallgeschwindigkeit, p der Schalldruck erster Größenordnung, M=v/c die Machzahl der Strömung mit der Geschwindigkeit v und  $I_0$  die Schallintensität der ebenen Welle ohne Strömung sind. Die Dämpfungskonstanten  $\alpha$ , bei ruhender Luft  $\alpha_0$  und bei überlagerter Strömung  $\alpha_v$ , verhalten sich wie

$$\alpha_0/\alpha_v = 1 + M. \tag{4}$$

 $\alpha$  gibt die Dämpfung pro Längeneinheit an. Bezieht man dagegen die Dämpfung auf die Wellenlänge  $\lambda$ , schreibt man also

$$N(z) = N_0 e^{-\lambda \alpha(z/\lambda)} = N_0 e^{-\alpha'(z/\lambda)}$$

und berücksichtigt die Änderung der Wellenlänge durch die Strömung

$$\lambda_0 \to \lambda_v = \frac{c+v}{t} = \lambda_0 (1+M),$$
 (5)

so sieht man, daß die auf die Wellenlänge bezogene Dämpfungskonstante  $\alpha'$  durch die Strömung nicht verändert wird:  $\alpha_{v}' = \alpha_{0}'$ . Der in (4) zum Ausdruck kommende Strömungseinfluß kann also der Vergrößerung der Schallwellenlänge bei Ausbreitung in Strömungsrichtung (Vorwärtsausbreitung' v, M > 0) bzw. der Verkürzung der Wellenlänge bei Ausbreitung ent gegen der Strömung (Rückwärtsausbreitung; v, M < 0) zugeschrieben werden. Die Messungen werden zeigen, daß bei porösen Absorbern dieser Einfluß am stärksten ins Gewicht fällt. Bei nicht mehr kleinem Wandleitwert L muß in (5) statt der Schallgeschwindigkeit c die Phasengeschwindigkeit  $u_0$  der Welle bei ruhender Luft verwendet werden.

Im Dämpfungsexponenten von (1) steht der Wandleitwert des Absorbers. Dieser kann durch die Strömung verändert werden. So ist das nichtlineare Verhalten von Helmholtz-Resonatoren mit dem Auftreten von Wirbeln am Resonatorhals verknüpft (z. B. [3], [4]). Die unten beschriebenen Messungen zeigen Nichtlinearitäten der Resonatoren, die durch die Strömung verursacht werden. Änderung des Wandleitwertes L durch die turbulente Kanalströmung ist auch bei porösen Absorbern zu erwarten. Im allgemeinen wird ein veränderter Leitwert L auch eine veränderte Phasengeschwindigkeit u der Welle zur Folge haben, so daß die Wellenlänge im Kanal auf diese Weise indirekt durch die Strömung verändert wird.

Im Exponenten von (1) steht ferner der Druck  $p_{\rm w}$   $\alpha$ an der Absorbergrenzfläche. Bei einer ebenen Welle, nicht zu großem Wandleitwert L und ruhender Luft ist dieser Druck über den Kanalquerschnitt konstant. Überlagert man nun eine Luftströmung, so wird sich der Schalldruck pw an der Wand von dem Schalldruck in der Kanalmitte unterscheiden. In der Kanalströmung eines realen Gases ist die Strömungsgeschwindigkeit unmittelbar an den Wänden Null und wächst in einer Grenzschichtdicke auf den Wert der Kernströmung an. Wird die Wellenlänge vergleichbar mit der Grenzschichtdicke oder gar kleiner als diese, so erhält man durch Überlagerung der x-abhängigen Strömungsgeschwindigkeit eine querveränderliche Phasengeschwindigkeit der Welle; durch einen geometrisch akustischen Effekt wird der Schalldruck an der Wand verändert. Für kleine Wandleitwerte L hat PRIDMORE-BROWN [2] in einigen Spezialfällen des Strömungsprofiles die Überhöhung des Schalldruckes an der Wand durch Näherungsmethoden berechnet. Bei Ausbreitung der Welle in Strömungsrichtung und genügend kleinen Wellenlängen kann die Dämpfungsvergrößerung infolge größeren Schalldruckes pw an der Wand die oben besprochene Dämpfungsminderung infolge Vergrößerung der Wellenlänge verdecken. Bei den in dieser Arbeit verwendeten Kanalabmessungen und Fre-

quenzen schließt jedoch die Rechnung solche Effekte aus.

Schließlich kann die Dämpfung noch durch Schallstreuung an den Wirbeln der Kanalströmung beeinflußt werden. Wieder wegen der verwendeten Querschnittsmaße und Frequenzen ist nach den Ergebnissen von Müller und Matschat [5] diese Schallstreuung bei den vorliegenden Messungen bedeutungslos.

#### Meßergebnisse

Als Prototyp eines porösen Absorbers wurde eine Steinwolleschicht ("Sillan", Fa. Grünzweig und Hartmann) von 78 mm Dicke, strömungsseitig mit einem Lochblech abgedeckt, ausgemessen. Das Lochblech war 1 mm stark, die Löcher hatten einen Durchmesser von 3 mm, die Lochfläche betrug 36% der Gesamtfläche. Der Absorber wurde mit einem rückseitigen Abdeckbrett unter mäßigem Druck auf eine Breitseite des Kanals aufgeschraubt.

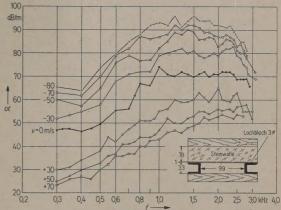


Bild 1. Dämpfung  $\alpha$  über der Frequenz f für Absorber aus Steinwolle mit perforierter Abdeckung. Parameter: Strömungsgeschwindigkeit v.

Bild 1 zeigt den Kanalquerschnitt und die Dämpfung  $\alpha$  in dB/m über der Frequenz f in kHz. Parameter ist die Strömungsgeschwindigkeit v. Positive Werte für v bedeuten Schallausbreitung in Strömungsrichtung, negative Werte gelten für Schallausbreitung en t g e g en der Strömung.

Die Dämpfung ändert sich mit wachsendem Betrag der Strömungsgeschwindigkeit ziemlich gleichmäßig über den ganzen Frequenzbereich, bei Vorwärtsausbreitung stärker als bei Rückwärtsausbreitung. Man sieht, wie stark sich die Dämpfung eines bestimmten Dämpfers mit gegebener Baulänge mit der Strömungsgeschwindigkeit ändert. Um den Einfluß der Wellenlängenänderung durch die Strömung zu eliminieren, wurde in dem Kanal bei ruhender Luft die

Phasengeschwindigkeit gemessen und die auf die Wellenlänge bezogene Dämpfungskonstante  $\alpha_v$  berechnet und in Bild 2 über der Frequenz aufgetragen. Kräftig ausgezogen ist die Kurve bei ruhender Luft. Die Meßwerte bei der Rückwärtsmessung fallen in

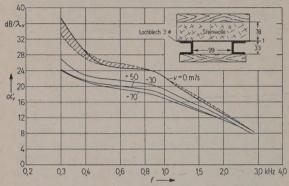


Bild 2. Dämpfung  $\alpha_v$  pro Kanalwellenlänge bei der Strömungsgeschwindigkeit v über der Frequenz f für Absorber aus Steinwolle mit perforierter Abdeckung. Parameter: Strömungsgeschwindigkeit v. Die Meßpunkte bei negativen Werten von v fallen in den schraffierten Bereich.

den schraffierten Bereich. Die Kurven bei Schallausbreitung in Strömungsrichtung sind dünn gezeichnet. Auffallend ist das unterschiedliche Verhalten für die beiden Schallausbreitungsrichtungen. Bei Schallausbreitung entgegen der Strömung ist die a Vergrößerung der Dämpfung fast ausschließlich durch die Wellenlängenkontraktion bestimmt; bei Schallausbreitung mit der Strömung tritt ein anderer Effekt hinzu. Eine Strömungsabhängigkeit des Absorberleitwertes müßte sich für beide Schallausbreitungsrichtungen in demselben Sinne auswirken. Der Absorber kann gewissermaßen unterscheiden, ob sich der Schall mit oder entgegen der Strömung ausbreitet. Eine solche Unterscheidung kann nur an der Absorbergrenzschicht stattfinden. Die Erklärung liegt vermutlich darin, daß die Wellenfront auf einem porösen Absorber bei ruhender Luft, unter einem gewissen Winkel aufsetzt [6]. Dieser Aufsetzwinkel \varphi kann bei \varphiberlagerter Str\varphimung durch das Strömungsprofil vor dem Absorber verändert werden. In der Nachbarschaft der Absorbergrenzschicht schließt die Strömung v mit der Wellenfront den Winkel φ ein. Nach Blokhintsev [7] ist in diesem Falle die durch eine Fläche des Querschnittes eins parallel zur Strömungsrichtung tretende, über eine Periode gemittelte Schalleistung

$$N(\varphi) = \bar{p} \, \bar{v} \left( 1 + \frac{v}{u} \sin \varphi \right).$$

Ein für beide Ausbreitungsrichtungen verschiedener Aufsetzwinkel würde also eine unterschiedliche Dämpfung ergeben. Weitere Untersuchungen des Schallfeldes und der Strömung an der Absorbergrenzschicht sollen dieses Verhalten klären.

Eine weitere vielfach verwendete Absorberstruktur mit überwiegend dissipativer Dämpfung bilden stark bedämpfte Helmholtz-Resonatoren. Bild 3 bringt Dämpfungsmessungen an einem Beispiel dieses Absorbertyps. Wie die Kanalskizze andeutet, sind die Federvolumina der einzelnen Resonatoren durch ein quadratisches Trolitulgitter mit den Gittermaßen 33 mm voneinander abgetrennt. Das Gitter ist auf eine 10 mm starke Plexiglasplatte geklebt, in welcher genau zentrierte Bohrungen von 10 mm Durchmesser die Resonatorhälse bilden. Der Strömungswiderstand wird durch eine strömungsseitig aufgeklebte Mikroporfolie besorgt.

Bild 3 zeigt die für alle Absorber dieses Typs charakteristische starke Verkleinerung der Dämpfung in der Resonanz bei Schallausbreitung in Strömungsrichtung. Außerhalb der Resonanz ist der Strömungseinfluß nur gering. Bei Schallausbreitung

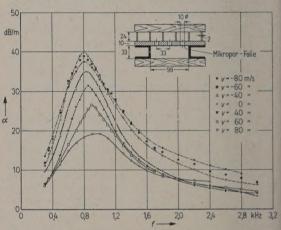


Bild 3. Dämpfung  $\alpha$  über der Frequenz f für Absorber aus bedämpften Helmholtz-Resonatoren (Strömungswiderstand vor den Hälsen durch poröse Folie). Parameter: Strömungsgeschwindigkeit v.

entgegen der Strömung wächst die Resonanzdämpfung zunächst der Wellenlängenverkürzung entsprechend an und fällt dann trotz weiterer Verkleinerung der Wellenlänge bei wachsendem Betrag der Strömungsgeschwindigkeit ab. Der Grund hierfür ist offensichtlich das nichtlineare Anwachsen des Reibungswiderstandes in den Poren der Mikroporfolie vor den Resonatorhälsen. Tatsächlich fällt die für diesen Absorber berechnete Dämpfung pro Wellenlänge für beide Ausbreitungsrichtungen in der Umgebung der Resonanz etwa gleich stark ab. Außerhalb der Resonanz bleibt die auf die Wellenlänge bezogene Dämpfungskonstante unverändert. Die in Bild 3 beobachtete Verschiebung des Dämpfungs-

maximums rührt einmal daher, daß durch die Strömung auch der Blindwiderstand des Resonators verändert, also die Resonanzfrequenz verschoben wird und zwar, wie Messungen an einzelnen Resonatoren zeigen (vgl. [1] und Messungen in Teil B dieser Arbeit), bei größeren Strömungsgeschwindigkeiten stets zu höheren Resonanzfrequenzen hin. Zum anderen wird eine Verschiebung des Dämpfungsmaximums auch dadurch hervorgerufen, daß die Dispersionskurve der Phasengeschwindigkeit in dem Kanal unterhalb der Resonanz eine kleine, darüber eine große Phasengeschwindigkeit aufweist. Die Dämpfungsänderung infolge Veränderung der Wellenlänge durch die Strömungsüberlagerung macht sich also unterhalb der Resonanz stärker bemerkbar als darüber. Man überlegt sich leicht, daß dies bei den Dämpfungskurven im Falle der Rückwärtsausbreitung eine Verschiebung des Dämpfungsmaximums nach tiefen Frequenzen und bei Vorwärtsausbreitung nach hohen Frequenzen bewirkt. Im Gegensatz zu der wirklichen Resonanzverschiebung bei ungedämpften Helmholtz-Resonatoren kommt bei den Resonatoren nach Bild 3 hauptsächlich die zweite Ursache zum Tragen.

#### B. SCHALLVERSTÄRKUNG BEI REAKTIVEN ABSORBERN

Zuweilen treten bei bedämpften Resonanzabsorbern in Strömungskanälen Minima der Luftschalldämpfung auf, deren Frequenz sich mit der Strömungsgeschwindigkeit ändert [1]. Diese Minima sind mit dem reaktiven Charakter der Absorber verknüpft; sie treten am deutlichsten bei unbedämpften Resonatoren auf, also Absorbern mit überwiegend reaktiver Dämpfung und können sich bei diesen bis zur Schallverstärkung entwickeln.

Kennzeichnend für reaktive Absorber bei ruhen-

der Luft ist eine hohe Resonanzdämpfung geringer Frequenzbandbreite. Unter dem Einfluß
einer überlagerten Gleichströmung zeigen sie i. a. eine Resonanzverschiebung nach höheren
Frequenzen, Neigung zur Selbsterregung und eben das Auftreten
von Entdämpfung bzw. Schallverstärkung. In diesem Teil der Arbeit soll die durch die Strömung
verursachte Entdämpfung bzw.
Signalverstärkung näher untersucht werden.

#### 1. Messungen an reaktiven Absorbern

Zum Vergleich mit späteren Messungen bringt Bild 4 die Dämpfungskurven für unbedämpfte Helmholtz-Resonatoren, deren Anordnung und Abmessungen aus der Kanalskizze hervorgehen, aus einer früheren Arbeit [1]. Die Signalwelle breitet sich hierbei in Strömungsrichtung aus. Über die entsprechenden Messungen bei entgegengesetzter Schallausbreitung siehe unten. In den Bereichen mit negativem Dämpfungsexponenten ist der Schalldruck proportional der Eingangsamplitude und wächst exponentiell mit dem Abstand von der Schallquelle. Der Grad des Anwachsens ist in einem weiten Bereich unabhängig von der Signalampli-

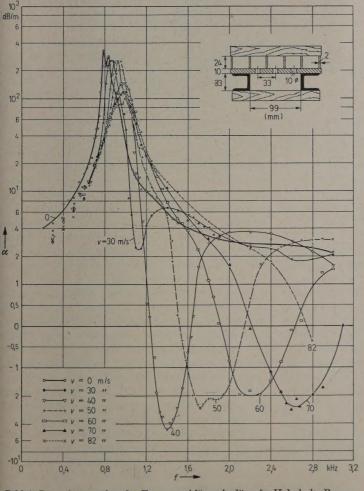


Bild 4. Dämpfung a über der Frequenz f für unbedämpfte Helmholtz-Resonatoren. Parameter: Strömungsgeschwindigkeit  $v\geqq 0$ .

tude. Erst bei sehr großen Schalldrucken wird die Verstärkung amplitudenabhängig. Bild 5 gibt eine Messung zur Amplitudenabhängigkeit der Verstärkung wieder. Bei einer Strömungsgeschwindigkeit von 45 m/s wurde in der Umgebung des Verstärkungsmaximums der Verlauf des Schalldruckes über der Kanallänge für verschiedene Signalamplituden registriert. Eine Absoluteichung der Meßanordnung wurde nicht durchgeführt. Der Bezugspegel für alle Pegelangaben dieser Arbeit wurde so gewählt, daß das Strö-

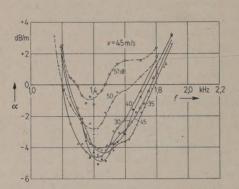


Bild 5. Zur Amplitudenabhängigkeit der Schallverstärkung bei der Strömungsgeschwindigkeit  $v=45~\mathrm{m/s}$ . Parameter: Signalpegel.

mungsrauschen bei etwa 0 dB liegt. Bis zu einem Signalpegel von 45 dB (gemessen am Kanalanfang) ist kein systematischer Gang der Verstärkung erkennbar. Der angegebene Pegel von 57 dB entspricht der Leistungsgrenze der beiden 200-Watt-Druckkammersysteme. Eine Amplitudenabhängigkeit des Dämpfungsexponenten war nur in den Bereichen der Verstärkung festzustellen. Hier nimmt sie mit größerem Frequenzabstand des Verstärkungsmaximums von der Resonanzfrequenz immer mehr ab.

Bei Dämpfungsmessungen mit Schallausbreitung entgegen der Strömung an denselben Resonatoren wie in Bild 4 erfolgt unterhalb der Resonanz (bis 500 Hz) eine der Wellenlängenverkürzung entsprechende Erhöhung der Dämpfung. In der Umgebung der Resonanz (500 bis 1200 Hz) ergibt sich genau dasselbe Bild wie in Bild 4: Verschiebung der Resonanzfrequenz nach oben mit wachsender Strömungsgeschwindigkeit und Absenkung des Resonanzmaximums. Oberhalb der Resonanz, wo bei der Vorwärtsausbreitung die Signalverstärkung auftrat, liegen hier bei der Rückwärtsausbreitung Maxima der Dämpfung. Diese sind in Bild 6 der Dämpfung bei ruhender Luft und den Verstärkungsmaxima gegenübergestellt. Dämpfungs- und Verstärkungsmaximum stimmen bei den einzelnen Strömungsgeschwindigkeiten in der Frequenz überein. Unmittelbar unterhalb der Maxima der Dämpfung bei negativen Strömungsgeschwindigkeiten deuten sich Minima der

Dämpfung an. Hier ist die Dämpfungskonstante jedoch sehr undefiniert: die Registrierkurven des Schalldruckes hängen bei diesen Frequenzen stark durch. Die Neigung des steileren Druckabfalles in der Nähe der Schallquelle ist weitgehend amplitudenunabhängig. Die flachere Neigung des Schalldruckabfalles an dem entfernteren Kanalende ist dagegen stark amplitudenabhängig und zwar herunter bis zu kleinsten meßbaren Signalamplituden (15 dB über dem Rauschen). Bei

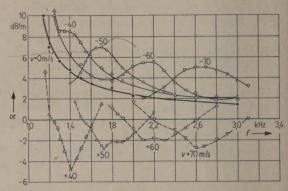


Bild 6. Dämpfungs- und Entdämpfungsmaxima bei Schallausbreitung entgegen der Strömung (v negativ) bzw. in Strömungsrichtung (v positiv) bei den unbedämpften Helmholtz-Resonatoren nach Bild 4.

größeren Signalamplituden erstreckt sich der steile Abfall immer weiter in den Kanal, die Neigung an dem von der Schallquelle abgelegenen Kanalende wird steiler. Druckanstieg wurde nicht beobachtet. Definiert ist hier nur die Frequenzkleinster Neigung am entfernteren Kanalende. So unterschiedlich hier die Erscheinungen sind im Vergleich zu der Schallverstärkung bei Vorwärtsausbreitung, so wird sich nach der unten gegebenen Erklärung derselben dennoch eine gewisse Verwandtschaft herausstellen; gleichzeitig werden aber auch die Unterschiede verständlich.

Als weitere Absorberstruktur wurden unter anderem  $\lambda/4$ -Resonatoren untersucht. Bei einer Kammleitung aus aufeinanderfolgenden solchen Resonatoren wurden die Schlitze und Stege je 20 mm breit und 100 mm tief gemacht. Weder bei nur einseitiger noch bei beidseitiger Belegung des Kanales mit dieser Kammleitung trat Entdämpfung auf. Die Dämpfung erwies sich vielmehr als weitgehend unabhängig von der Strömungsüberlagerung. Bild 7 zeigt die Meßergebnisse für die einseitige Kammleitung. Sie stimmen prinzipiell mit denen für eine beidseitige Belegung überein, außer daß bei letzterer die Meßpunkte sich eher noch enger an die Dämpfungskurve bei ruhender Luft anpassen. Unterhalb der ersten Resonanz wird der Kanal durch die Strömung zum Pfeifen angeregt. Die Frequenz der Selbsterregung ist für  $V=35\,\mathrm{m/s}$  angedeutet. Wie bei anderen Absorbern wird auch hier die Dämpfung in der Umgebung der Selbsterregung angehoben. Dies ist insofern zu beachten, als dadurch klar wird, daß die Schallverstärkung nicht mit der Selbsterregung im Zusammenhang steht. Eine Entdämpfung bleibt wegen der hochgradigen Turbulenz der Kanalströmung infolge der breiten Schlitze in der Wand aus. Diese Turbulenz drückt sich auch in der erreichbaren

tät zwischen Entdämpfung und Resonanzverschiebung hinsichtlich der Größe. Um Resonatoren mit großer Resonanzverschiebung durch die Strömung zu finden, wurden einzelne Resonatoren, bei denen die Länge und die Weite des Resonatorhalses variiert wurden, auf den sonst schallharten Strömungskanal gebracht und mit einer akustisch hochohmigen Schallquelle im Federvolumen angeregt. Mit einem Sondenmikrophon im Federvolumen wurde bei ver-

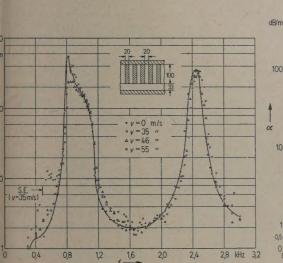


Bild 7. Dämpfung  $\alpha$  über der Frequenz f für Kammleitung mit breiten Schlitzen. Parameter: Strömungsgeschwindigkeit  $v \geq 0$ . S.E.: Frequenzlage der Selbsterregung des Kanals bei  $v=35~\mathrm{m/s}$ .

Bild 8. Dämpfung  $\alpha$  über der Frequenz f für Kammleitung mit engen Schlitzen bei gleicher Periodenlänge. Parameter: Strömungsgeschwindigkeit  $v \geq 0$ . Signalamplituden sind angegeben.

Maximalgeschwindigkeit von 55 m/s statt über 80 m/s bei anderen Absorbern aus. Die nachteilige Wirkung der Turbulenz auf die Schallverstärkung wurde auch bei Resonatoren ähnlicher Bauart und mit denselben akustischen Eigenschaften wie die Resonatoren in Bild 4 festgestellt, lediglich, daß hier die Resonatorhälse durch Rohrhülsen gebildet wurden, welche in die Strömung hineinragten. Zur Verringerung der Turbulenz wurden nun bei gleicher räumlicher Periodenlänge der Kammleitung von 40 mm die Schlitze auf 10 mm verengt. Dadurch verschwand die Selbsterregung und es trat Entdämpfung auf, wie aus Bild 8 hervorgeht. Beachtlich ist die starke Entdämpfung bei v = 80 m/s unmittelbar oberhalb der zweiten Resonanz, die in ihrem Maximum die Dämpfung um etwa 100 dB/m herunter-

Ein Zusammenhang zwischen Selbsterregung des Kanales und Schallverstärkung muß nach den experimentellen Erfahrungen ausgeschlossen werden. Dagegen zeigen die Messungen eine gewisse Parallelischiedenen Strömungsgeschwindigkeiten die Resonanzkurve aufgenommen. Ein einzelner Resonator mit den Abmessungen nach Bild 9 erfährt bei v = 70 m/s eine Resonanzerhöhung um 58%; in der Gruppe angeordnet gemäß der Kanalskizze bleiben davon noch 37%. Das entspricht der Verkleinerung der mitschwingenden Mediummasse der Resonatoren in der Gruppe; die Resonanzerhöhung kommt nämlich durch Verringerung der Schwingmasse zustande. Bild 10 zeigt die prozentuale Änderung der Resonanzfrequenz und die daraus berechnete Änderung der Schwingmasse für die Resonatoren in der Gruppe. Der Verlauf der Resonanzfrequenz unterhalb 40 m/s wurde aus dem Verhalten des einzelnen Resonators übernommen. In Bild 9 entsprechen die schraffierten Bereiche einer Pegeländerung des Signales um ±10 dB. Die Signalverstärkung ist um ein geringes größer als in Bild 4, wo sich die Resonanzfrequenz bei 70 m/s um 22% geändert hat.

Man könnte also eine Korrelation zwischen der Entdämpfung und der Verschiebung der Resonanzfrequenz durch die Strömung vermuten. Im Hinter-

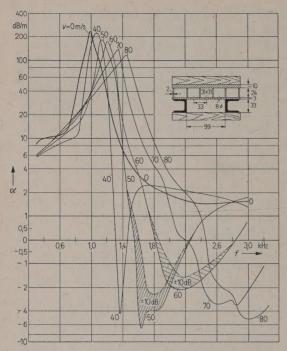


Bild 9. Dämpfung  $\alpha$  über der Frequenz f für Absorber aus Helmholtz-Resonatoren mit großer Resonanzverschiebung. Parameter: Strömungsgeschwindigkeit  $v \geq 0$ . Schraffierte Bereiche: Änderung von  $\alpha$  bei einer Pegeländerung des Signals um  $\pm$  10 dB.

grund einer solchen Vermutung könnte der Versuch stehen, die Schallverstärkung durch die Strömung als eine parametrische Verstärkung zu erklären: hervorgehobene Komponenten des Strömungsrauschens könnten als "Pumpgeneratoren" die Reaktanz der Resonatoren etwa nach einer Kennlinie wie in Bild 10 periodisch verändern. Im Falle eines solchen Zustandekommens der Verstärkung müßten geeignete Frequenzkomponenten der Turbulenz durch Frequenzanalysen zu finden sein. Ferner müßte die Schwebungsfrequenz zwischen Pumpfrequenz und Signalfrequenz ebenfalls verstärkt werden, also bei einer Analyse ebenfalls auffallen. Unter den Bedingungen der Schallverstärkung wurden mit und ohne Signal Frequenzanalysen des Strömungsrauschens durchgeführt. Es ergab sich in beiden Fällen dasselbe Spektrum: weißes Rauschen. Es war also weder eine Pumpfrequenz noch eine verstärkte Zwischenfrequenz zu finden. Damit muß der Mechanismus der parametrischen Verstärkung ausgeschlossen wer-

#### 2. Erklärung der Schallverstärkung

Bei den Untersuchungen über den Einfluß einer Strömung auf die Luftschalldämpfung bei reaktiven Absorbern trat als physikalisch interessantes Phä-

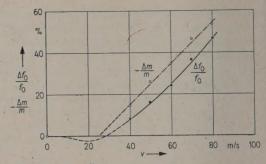


Bild 10. Relative Änderung der Resonanzfrequenz  $f_0$  und der daraus ermittelten Schwingmasse der Resonatoren nach Bild 9 durch die Strömung mit der Geschwindigkeit v.

nomen die Verstärkung des akustischen Signales längs des Ausbreitungsweges durch den Kanal auf. Im folgenden soll eine qualitative Erklärung für diese Schallverstärkung gegeben werden. Es wird sich dabei eine enge Verwandtschaft zu dem Verstärkungsmechanismus in der elektrischen Wanderfeldröhre ergeben. Deren Wirkungsweise wird hier nur soweit erläutert, wie sie zur Veranschaulichung der Schallverstärkung beiträgt. Darüber hinaus muß auf die einschlägige Literatur verwiesen werden. Eine zusammenfassende Darstellung und reichliche Literaturangaben findet man z. B. bei MÜLLER und STETTER [8].

Die wesentlichen Elemente der Wanderfeldröhre sind die Verzögerungsleitung für die elektromagnetische Leitungswelle, welche verstärkt werden soll, und der Elektronenstrahl, der einen Leiter für die elektrokinetischen Raumladungswellen Beide Wellen sind im Laufraum durch Streufelder miteinander verkoppelt. Die Adjektive bei den beiden Wellentypen kennzeichnen die Energieformen der Wellen: die elektrische und magnetische Feldenergie bei der Leitungswelle, die elektrische Energie der Elektronenabstoßung und die kinetische Energie der Elektronen als bewegten Massen bei den Raumladungswellen. Die Raumladungswellen sind der formale Ausdruck einer Pulsation des Elektronenstrahles, Sie breiten sich etwa mit Strahlgeschwindigkeit aus. Sie sind als Strömungsvorgänge im Elektronenstrahl wesentlich nichtlinear. Sie bilden die notwendigen Energieübertrager von der kinetischen Energie des Strahles an die Welle auf der Leitung. Dazu sind sie befähigt einmal wegen ihrer Nichtlinearität und dann wegen ihrer elektrischen Verkopplung mit der Leitungswelle. Ein Elektronenstrahl kann nämlich auch gewöhnliche elektromagnetische Wellen leiten, welche auf ihm aber linear superponierbar sind und ihm keine Energie entziehen können. Die Leitungswelle wird dann verstärkt, wenn sie so verzögert ist, daß sie mit der sogenannten langsamen Raumladungswelle synchron läuft, d. h. wenn die Phasengeschwindigkeiten dieser beiden Wellen im selben Koordinatensystem einander gleich sind. Diese Bedingung des Synchronismus scheint den Mechanismus der Wanderfeldröhrenverstärkung bei der Entdämpfung im Strömungskanal auszuschließen. Die Phasengeschwindigkeit der Kanalwelle beträgt hier etwa 400 m/s, die Strömungsgeschwindigkeit nur etwa <sup>1</sup>/10 davon.

Jedoch braucht auch bei der elektrischen Wanderfeldröhre die mit der Strömung koppelnde Leitungswelle nicht die Grundwelle zu sein, sondern es kann bei einer inhomogenen, räumlich periodischen Verzögerungsleitung prinzipiell ebensogut eine der in solchen Leitungen vorhandenen Partialwellen sein. In einer Leitung, bei der die Wandimpedanz längs des Ausbreitungsweges der Welle periodisch wechselt, kann sich keine rein sinusförmige Welle ausbreiten (von einem Exponentialfaktor hier abgesehen). Sie ist vielmehr räumlich verzerrt. So zeigt Bild 11 in der oberen Reihe schematisch die elektri-

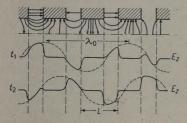


Bild 11. Verteilung der elektrischen Feldstärke vor einer Kammleitung.

sche Feldstärke in einer Kammleitung der Periodenlänge L, wenn darüber eine Welle mit der Wellenlänge λ<sub>0</sub> läuft. In der zweiten Reihe ist die Verteilung der Längsfeldstärke Ez zum selben Zeitpunkt t1 in einem gewissen Abstand vor der Kammleitung gezeichnet; Reihe drei zeigt dasselbe für einen etwas späteren Zeitpunkt t2. Den wirklichen Verlauf der Welle kann man in einer räumlichen Fourier-Synthese durch Überlagerung der Grundwelle mit der Wellenlänge  $\lambda_0$  und der Phasengeschwindigkeit  $u_0$ zusammen mit den sogenannten Partialwellen darstellen. Diese Partialwellen haben dieselbe Frequenz wie die Grundwelle jedoch verschiedene Phasengeschwindigkeiten un. Ihre Aufgabe ist es, miteinander und mit der Grundwelle so zu interferieren, daß in dem Beispiel von Bild 11 unmittelbar vor den Stegen der Kammleitung zu jedem Zeitpunkt die Längsfeldstärke verschwindet. Dieselben Überlegungen gelten für den akustischen Kanal, der etwa mit Helmholtz-Resonatoren belegt ist. Hier wechseln schallharte und schallweiche Berandungszonen miteinander ab.

Im Anhang I werden die Existenz und Eigenschaften der Partialwellen bei der Schallausbreitung in periodischen Kanälen zunächst bei ruhender Luft als Lösung des Randwertproblems hergeleitet. Bei der entsprechenden Aufgabe mit strömendem Medium, die im Anhang II behandelt ist, stößt man auf dieselbe Herleitung. Die Definition der Partialwellen bei ruhender Luft folgt aus der Darstellung einer Schallfeldgröße F, wie sie sich als Lösung des Randwertproblems nach dem Floquetschen Theorem ergibt.

$$F(x, y, z, t) = \sum_{n} A_{n}(x, y) e^{-j\beta_{n}z} e^{j\omega t} =$$

$$= e^{j(\omega t - \beta_{0}z)} \sum_{n} A_{n}(x, y) e^{-j(2\pi n/L)z}.$$
(6)

Die Summanden sind die Partialwellen,  $A_n(x,y)$  ihre (komplexen und von den Transversalkoordinaten abhängigen) Amplituden,  $\beta_n$  mit

$$\beta_n = \beta_0 + \frac{2\pi n}{L} \tag{7}$$

ihr Phasenmaß,  $\beta_0$  das Phasenmaß der Grundwelle, L die räumliche Periodenlänge der Kanalberandung. Der Summationsindex läuft von  $-\infty$  bis  $+\infty$ . Erst die Summe aller Partialwellen ist imstande, die Randbedingungen streng zu erfüllen. Das Amplitudenverhältnis der Partialwellen untereinander und zur Grundwelle wird nur durch die Geometrie des Kanales innerhalb einer Periode L festgelegt; wenn diese über die ganze Kanallänge dieselbe bleibt, so bleibt auch dieses Amplitudenverhältnis gewahrt. Alle Partialwellen haben also die Dämpfungskonstante der Grundwelle. Wie aus (6) und (7) folgt, haben sie auch deren Frequenz und Gruppengeschwindigkeit. Die Amplituden  $A_n$  der Partialwellen nehmen i. a. mit wachsendem Betrag des Partialwellenindex n rasch ab. Von Bedeutung sind daher meist nur die beiden ersten Partialwellen mit  $n=\pm 1$ . Ferner fällt die Stärke der Partialwellen vom inhomogenen Rande her zur Kanalmitte meist exponentiell ab und zwar um so steiler, je größer | n | . Bei vielen Randformen ist außerdem A \_ 1 kleiner als  $A_{+1}$ . Es sind also nur die Partialwellen mit kleinem Index und diese nur in der Nachbarschaft der inhomogenen Berandung mit merklicher Intensität vorhanden.

Die für unsere Anwendung wichtigste Eigenschaft der Partialwellen folgt aus (7). Danach hat die *n*-te Partialwelle die Phasengeschwindigkeit

$$u_n = \frac{\omega}{\beta_n} = \frac{u_0}{1 + n \, u_0 / f \, L} = \frac{u_0}{1 + n \, \lambda_0 / L} \,.$$
 (8)

Daraus sieht man, daß für  $L \ll \lambda_0$ , was bei den meisten Verzögerungsleitungen und auch bei den Messungen in dieser Arbeit der Fall ist, der Betrag von  $u_n$  stets kleiner als der von  $u_0$  ist. Bei negativem n ist dann die zugehörige Partialwelle eine sog. Rückwärtswelle, d. h. Phasen- und Gruppengeschwindigkeit sind einander entgegengesetzt gerichtet.

Tritt nun in dem inhomogenen Kanal zu der Schallwelle eine Luftströmung, so könnte man der Vorstellung verfallen, daß sich die Grundwelle mit der Gesamtheit der Partialwellen einer solchen Strömung einfach konvektiv überlagert. In diesem Falle wäre Synchronismus zwischen der Strömung und einer Partialwelle nicht möglich. Man macht sich jedoch an der bei Bild 11 erläuterten physikalischen Bedeutung der Partialwellen leicht klar, daß die Partialwellen nicht in der gleichen Weise durch die Strömung beeinflußt werden wie die Grundwelle; denn die Verzerrungen der Grundwelle infolge der Inhomogenität des Kanales bleiben im wesentlichen dieselben und sind räumlich fixiert. Im Anhang II wird nachgewiesen, daß bei überlagerter Strömung eine Partialwelle existieren kann, deren Phasengeschwindigkeit  $u_n$  in einem ortsfesten Koordinatensystem gleich der Strömungsgeschwindigkeit v ist. Es ergibt sich ferner, daß für  $u_n$  unverändert die Form (8) gilt. Lediglich ist dort statt der Phasengeschwindigkeit u<sub>0</sub> der Grundwelle bei ruhender Luft die durch die Strömung modifizierte Phasengeschwindigkeit der Grundwelle zu nehmen. Wenn wir diese zur besseren Kennzeichnung mit  $u_{0,v}$ , entsprechend die Wellenlänge mit  $\lambda_{0,v}$ , bezeichnen und einmal von deren Änderung infolge der Beeinflussung der Kennwerte der Resonatoren durch die Strömung absehen, vielmehr einfach  $u_{0, v} = u_{0, 0} + v$  ansetzen (u0,0 die Phasengeschwindigkeit der Grundwelle im Kanal gemessen bei ruhender Luft), so lautet die Bedingung  $u_n = v$  für Synchronismus nach (8)

$$v = \frac{1}{2} u_{0, 0} \left( -1 + \sqrt{1 + 4 \frac{L}{n \lambda_{0, 0}}} \right).$$
 (9)

Das ist aber sicher zu erfüllen. Es sind also auch im strömenden Medium Partialwellen möglich, die mit der Strömung koppeln können.

Das Verständnis dieser Kopplung zwischen Strömung und Schallwelle führt über die Frage, was die Bedingung  $u_n = v$  für Synchronismus zwischen Partialwelle und Strömung physikalisch bedeutet. Nach der Herleitung ist die synchrone Partialwelle eine Schallwelle, die bezüglich des strömenden Mediums ruht. Sie stellt demnach eine von der Strömung mitgeführte Druckverteilung dar. Man kann sie also auch als eine sich mit der Strömungsgeschwindigkeit v bewegende Strömungspulsation bezeichnen, die für einen ruhenden Beobachter den raum-zeitlichen Zusammenhang einer Welle besitzt. Man hat hier ein Beispiel für den von Blokhintsev [7] eingeführten Begriff "Pseudoschall". Es handelt sich hierbei um Strömungspulsationen, die sich mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit ausbreiten. Ist z. B. der stationären Grundströmung vo eine monochromatische Pulsation a cos w t überlagert, die keine Schallschwingung darstellen soll, die Gesamtströmung sei also

$$v = v_0 + a\cos\omega t, \qquad (10)$$

so steht an einem ruhenden Empfänger in der Strömung der Druck

$$P = P_0 + A \varrho \frac{\partial v}{\partial t} + B \frac{\varrho}{2} v^2. \tag{11}$$

A und B sind Formfaktoren, die von der Größe und Form des Empfängers und von der Lage der Druckaufnahmeöffnungen auf dem Empfänger abhängen [7]. Spricht der Empfänger nur auf Wechseldruck an und ist die Pulsationsamplitude a klein gegen die Geschwindigkeit  $\nu_0$  der Grundströmung, so wird er einen Wechseldruck

$$p = B \varrho v_0 a \cos \omega t - A \varrho \omega a \sin \omega t \qquad (12)$$

anzeigen, obwohl in diesem Beispiel keine Schallwelle vorhanden ist. Man kann durch geeignete Formgebung den Geometriefaktor B klein machen und so Modulationsprodukte mit der Strömungsturbulenz vermeiden (der Term mit B ist quadratisch in der Geschwindigkeit), es bleibt aber immer noch der zweite Term in (12). Er kann auch nicht beseitigt werden, denn eine Verkleinerung von A bedeutet auch immer eine Verringerung der Empfindlichkeit des Empfängers gegenüber dem Schalldruck einer gleichzeitig vorhandenen Schallwelle. Eine Strömungspulsation wird also von einem Schallempfänger wie ein echtes Schallereignis registriert. Deshalb wurden solche Strömungsschwankungen "Pseudoschall" genannt. Obwohl Schall und Pseudoschall von einem ruhenden Empfänger in der Strömung nicht getrennt werden können, bestehen zwischen beiden wesentliche physikalische Unterschiede, und es ist durch Vergleich mit der elektrischen Wanderfeldröhre festzustellen, daß es die analogen Unterschiede sind wie zwischen elektromagnetischer Leitungswelle und Raumladungswelle.

Schall breitet sich in einem ortsfesten Koordinatensystem im wesentlichen mit Schallgeschwindigkeit aus, Pseudoschall mit der mittleren Strömungsgeschwindigkeit. Schallwellen kleiner Amplitude sind in ruhender Luft und in der Strömung linear superponierbar, Strömungspulsationen sind wesentlich nichtlinear. Deshalb kann der Pseudoschall im Rahmen der Schallverstärkung dieselbe wesentliche Aufgabe erfüllen wie die Raumladungswellen bei der Wanderfeldröhre: er kann der Strömung Energie entziehen. Eine Schallwelle kann dies höchstens bei großen Amplituden. Die Messungen über die Amplitudenabhängigkeit der Schallverstärkung zeigen jedoch, daß wir es nicht mit einem solchen Effekt zu tun haben. Beim Schall spielt die Kompressibilität des Mediums als Träger der potentiellen Energie in der Welle eine wesentliche Rolle, beim Pseudoschall ist die Kompressibilität für Strömungen mit Machzahlen klein gegen eins ganz unwesentlich. Die Analogie zum elektrischen Fall wird evident, wenn man "Kompressibilität" durch "Magnetfeld" ersetzt. Das mit der Bewegung der Elektronen im Strahl verknüpfte Magnetfeld kann bei Strahlgeschwindigkeiten klein gegen die Lichtgeschwindigkeit außer Acht gelassen werden. Die Analogie zu den elektrischen Wellen wird weitergeführt dadurch, daß Schall und Pseudoschall eine Energieform gemeinsam haben, nämlich die kinetische Energie der Mediumteilchen. Die potentielle Energie der Strömungspulsation wird aber nicht wie beim Schall in einer Zustandsänderung des Mediums gespeichert, sondern liegt in der Rückstellkraft der Strömungsberandung. Diese Rückstellkraft ist bei dem mit Resonatoren ausgekleideten Kanal dieselbe Federkraft wie für die Schwingbewegung der Resonatoren. Die Resonatoren als Schallempfänger in der Strömung reagieren ebenfalls auf Pseudoschall und zwar bei bündig liegenden Mündungen hauptsächlich auf den zweiten Term in (12). Die durch den Pseudoschall angeregten Resonatoren werden zu Quellen eines Schallfeldes, da in den Federvolumina der Resonatoren der Pseudoschall eine Kompression der Luft, eine reversible Zustandsänderung bewirkt.

Folgendes wurde bisher gezeigt: Die in den Kanal eingespeiste Signalwelle erzeugt wegen der periodischen Inhomogenität der Berandung Partialwellen; gewissen Bedingungen der Strömungsgeschwindigkeit und Frequenz wird eine dieser Partialwellen synchron mit der Strömung; sie ist dann gleichbedeutend mit einer nichtlinearen Strömungspulsation; als solche kann sie der Strömung Energie entziehen; ein Teil der Pulsationsenergie kann an den Resonatoren in Schallenergie konvertiert werden. Um den Zyklus der gegenseitigen Verstärkung von Schall und Pseudoschall zu schließen, muß noch gezeigt werden, daß unter der Bedingung (8) für Synchronismus der durch die Strömungspulsation an den Resonatoren erzeugte Schall mit der Signalwelle übereinstimmt und daß die mit der größeren Phasengeschwindigkeit u<sub>0</sub> über die Strömungspulsation hinweglaufende Grundwelle die Modulation der Strömung durch den Pseudoschall nicht stört. Nach Bild 11 unterliegt die Strömung einer doppelten Periodizität der Randbedingungen: einmal der zeitlich konstanten Periodizität der Kanalberandung mit der Periode L. zum anderen der zeitlich veränderlichen Periodizität durch die Schwingbewegung der Resonatoren mit der Periode  $\lambda_0$ . Durch das Zusammenwirken beider wird ein bestimmtes Mediumelement bei kleinen Signalamplituden zwischen den Resonatoren nicht durch die Signalwelle beeinflußt. Um einen einsinnigen Energieaustausch der modulierten Strömung mit der Signalwelle zu ermöglichen, genügt es zu fordern, daß ein bestimmtes von

der Strömung mitgeführtes Volumenelement die Signalwelle an den Resonatormündungen immer in derselben Phasenlage antrifft. In dem Raum zwischen den Resonatoren kann es unbeeinflußt von, sagen wir, n Schallwellen überholt werden. Es muß also die Laufzeit  $t_v = L/v$  der Strömung mit der Geschwindigkeit v über eine Periodenlänge L gleich sein der Laufzeit  $t_{u0}$  der Signalwelle mit der Phasengeschwindigkeit  $u_0$  über denselben Weg plus n Perioden T = 1/f der Welle:

$$L/v = t_v = t_{u_0} + n T = L/u_0 + n/f$$
, (13)

und durch Auflösen nach v folgt hieraus

$$v = \frac{u_0}{1 + \frac{n u_0}{f L}} = u_n,$$

also gerade wieder die Bedingung (8). Durch Einsetzen von  $u_{0,v}$  folgt wieder wie vorn die Form (9).

Wir haben also bei der Schallverstärkung denselben Zyklus wie in einer Wanderfeldröhre mit inhomogener Verzögerungsleitung, z. B. einer Kammleitung nach Bild 11. Dort greift die zu verstärkende Leitungswelle - es kann bei genügender Verzögerung die Grundwelle oder aber wie bei uns eine Partialwelle sein - mit relativ schwachen Streufeldern in den Entladungsraum des Elektronenstrahles und induziert auf ihm eine Strömungsmodulation, die formal durch die Raumladungswellen dargestellt wird. Die Strahlpulsationen können dem Elektronenstrahl Energie entziehen. Die Raumladungswellen strahlen ebensowenig wie der Pseudoschall ab, sie haben seitlich der Strömung nur elektrische Nahfelder. Diese können in den Schlitzen der Kammleitung - und auch nur da - eine elektromagnetische Welle induzieren. Bei geeigneten Bedingungen des Synchronismus tun sie dies phasenrichtig. Die Verhältnisse bei der elektrischen Wanderfeldröhre sind übersichtlicher als bei der Schallverstärkung, weil dort die beiden beteiligten Wellentypen, die Leitungswelle und die Raumladungswelle, nicht nur physikalisch voneinander verschieden, sondern auch räumlich voneinander getrennt sind; jede Welle hat ihren eigenen Leiter und kann zunächst unabhängig von der anderen untersucht werden. Die Verstärkung im Gesamtsystem der Röhre kann dann durch Einführung von Koppelgrößen zwischen den beiden Wellen berechnet werden. Demgegenüber spielen sich in unserem Fall Strömungs- und Schallvorgänge im gleichen Medium, auf demselben Leiter ab. Sie werden bis auf die Kontinuitätsgleichung durch identische Grundgleichungen beherrscht. Die bei der Wanderfeldröhre übliche separierte Berechnung der beiden Systeme ist daher hier nicht möglich. Dem Bedürfnis nach der begrifflichen Trennung von Strömungs- und Schallvorgängen auch da, wo sie ineinander überspielen, sollte hier die Einführung des Begriffes Pseudoschall dienen.

#### 3. Vergleich mit den Meßergebnissen

Im nachfolgenden sollen die Meßergebnisse an reaktiven Absorbern hinsichtlich der Schallverstärkung mit der obigen Erklärung verglichen werden. Da die experimentellen Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit auf akustische Meßmethoden beschränkt waren, können im wesentlichen nur die aus den Dämpfungs- und Phasengeschwindigkeitsmessungen gewonnenen Informationen hier herangezogen werden. Es werden zuerst die Messungen an den genauer untersuchten Resonatoren nach Bild 4 gebracht und dann kurz die Ergebnisse an den anderen Strukturen wiedergegeben.

In dem Kanal mit den unbedämpften Helmholtz-Resonatoren nach Bild 4 wurde die Phasengeschwindigkeit gemessen und dann nach (8) die Dispersionskurve der beiden ersten Partialwellen mit den Indizes  $n=\pm 1$  berechnet. Ferner wurde nach (9) die Strömungsgeschwindigkeit berechnet, bei welcher Gleichheit mit der Phasengeschwindigkeit  $u_{+1}$  bei überlagerter Strömung besteht. Ebenso wurde im Falle der Schallausbreitung entgegen der Strömung nach der zu (9) analogen Gleichung

$$v = \frac{u_0}{2} \left[ 1 - 2 L \dot{\lambda}_0 - V 1 + 4 \left( \dot{L} |\dot{\lambda}_0|^2 \right) \right] \qquad (9 \text{ a})$$

die Strömungsgeschwindigkeit ermittelt, die mit u-1 übereinstimmt. (9 a) entsteht aus (8), wenn man darin n = -1 und  $u_0 = u_{0,0} - v$  einsetzt und  $v = u_{-1}$ nach v auflöst. Diese Geschwindigkeiten sind in Bild 12 über der Frequenz aufgetragen. Durch (9) bzw. (9 a) wird der Einfluß der Strömungsüberlagerung auf die Phasengeschwindigkeit der Partialwelle berücksichtigt. Wie man sieht, wird diese kaum verändert. Das liegt an der Größe des Verhältnisses  $\lambda_0/L \gg 1$ . In Bild 12 sind nun als Kreise die Wertepaare der Frequenz und Strömungsgeschwindigkeit maximaler Verstärkung nach den Dämpfungskurven von Bild 4 und aus dort der Übersichtlichkeit halber weggelassenen weiteren Dämpfungskurven eingezeichnet. Die Bedingung für Synchronismus zwischen Strömung und Partialwelle ist im Verstärkungsmaximum recht gut erfüllt. Die Abweichungen oberhalb der Resonanz sind durch die bei diesen Frequenzen große Leitungsdämpfung verursacht, wie ein genauerer Vergleich mit dem Verstärkungsmechanismus in Leitungen mit Dämpfung lehrt [9]. In unserer Erklärung der Schallverstärkung war eine Leitungsdämpfung bei ruhender Luft stillschweigend ausgeschlossen. Bei Leitungen mit Ruhedämpfung ist nach dem Verhalten von Wanderfeldröhren

das Verstärkungsmaximum bei Strömungsgeschwindigkeiten zu erwarten, die um so weiter unterhalb der Phasengeschwindigkeit der koppelnden Welle liegen, je größer die Leitungsverluste sind.

Die minus erste Partialwelle ist in Bild 12 gestrichelt eingezeichnet. Ihre Phasengeschwindigkeit besitzt nach (8) negative Werte; sie breitet sich entgegengesetzt zur Grundwelle aus. Ebenso liefert (9 a) für die synchrone Strömungsgeschwindigkeit

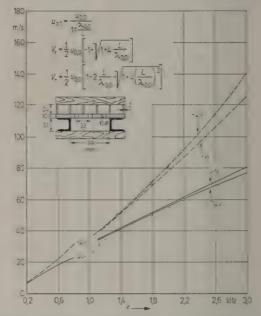


Bild 12. Vergleich der Punkte maximaler Entdämpfung mit den Dispersionskurven der ersten Partialwellen.

negative Werte; Synchronismus mit dieser Partialwelle ist also nur bei Schallausbreitung entgegen der Strömung möglich. Alle Partialwellen haben die Gruppengeschwindigkeit der Grundwelle. Diese stimmt in unserem Kanal in ihrer Richtung mit der Phasengeschwindigkeit der Grundwelle überein. Für die minus erste Partialwelle sind also Phasengeschwindigkeit und Gruppengeschwindigkeit in ihrer Richtung einander entgegengesetzt. Energiekopplung mit der Strömung erfolgt nach dem Prinzip des Carcinotrons. Aus Platzgründen kann darauf hier nur soweit eingegangen werden, als zur Deutung der vorn berichteten Meßergebnisse notwendig ist. Die Grundlagen des Rückwärtswellenoszillators findet man z. B. bei BECK [10]. Bei einer Strömungsinterferenz mit einer Rückwärtswelle nimmt im Kanal die Energie der Schallwelle nach dem strömungsaufwärts gelegenen Kanalanfang hin zu, die Modulation der Strömung, also der Pseudoschall, wächst in der Amplitude längs des Ausbreitungsweges der Strömung mit der synchronen Welle,

also nach dem der Signalquelle benachbarten Kanalende zu. Mißt man nun die Ausbreitungsdämpfung der Signalwelle, indem man ein Mikrophon in Schallrichtung durch den Kanal zieht und dessen Ausgangsspannung registriert, so wird durch das Anwachsen des Pseudoschalles, der ja genau wie das Signal registriert wird, nach der Schallquelle zu an diesem Kanalende eine größere Leitungsdämpfung vorgetäuscht, während an dem anderen Kanalende durch das Anwachsen der Signalenergie, eine kleine Leitungsdämpfung erscheint. Die scheinbare Verkleinerung der Leitungsdämpfung an dem strömungsaufwärts gelegenen Kanalende wird um so ausgeprägter, je genauer die Strömung mit der Rückwärtswelle, also bei uns mit der minus ersten Partialwelle, synchron läuft und je mehr der additive Anteil der Verstärkung die Signalwelle an diesem Kanalende überwiegt. Die Neigungen der Registrierkurven werden hier also eine starke Abhängigkeit von der eingespeisten Signalamplitude aufweisen, wie auch die Messungen ergaben. Das Verhältnis zwischen eingespeistem und verstärktem Anteil an diesem Kanalende wird auch von der effektiven Leitungsdämpfung abhängen. Die Messungen bestätigen auch in dieser Hinsicht die obige Erklärung. Daß die Registrierkurven des Wechseldruckes durchhängen, also eine steilere Neigung (steiler als bei ruhender Luft) in der Nähe der Schallquelle besitzen und einen flachen Abfall in größerer Entfernung davon, ist nun un einleuchtend. Es wird auch verständlich, daß in dem fraglichen Frequenzbereich keine definierten Dämpfungsangaben mehr zu machen sind. Wie bereits gesagt, ist jedoch bei einer gegebenen Strömungsgeschwindigkeit die Frequenz kleinster Neigung der Registrierkurven an dem strömungsaufwärts gelegenen Kanalende recht gut zu bestimmen. Diese Frequenzen mit den zugehörigen Strömungsgeschwindigkeiten sind in Bild 12 als Dreiecke eingezeichnet. Die Punkte stimmen gut mit der Dispersionskurve u-1 überein. Bei einer Energiekopplung der Strömung mit einer Rückwärtswelle sollte man Selbsterregung des Kanales erwarten. Diese setzt jedoch nur ein, wenn das Anwachsen des Signales zur Signalquelle hin genügend stark ist und wenn die Leitungsdämpfung bei ruhender Luft sehr klein ist. Durch eine Leitungsdämpfung wird nämlich die Schwelle des Schwingungseinsatzes rapide in die Höhe gesetzt. Unterhalb des Schwingungseinsatzes hat man eine regenerative Verstärkung des Signales an der Signalquelle. Wohl keine der beiden Forderungen für eine Selbsterregung war in unserem Strömungskanal erfüllt.

In Bild 13 sind die Phasengeschwindigkeiten  $u_1$  der beiden einseitigen Kammleitungen über der Frequenz aufgetragen. Sie wurden nach (8) mit der bei ruhender Luft gemessenen Phasengeschwindig-

keit der Grundwelle berechnet. Als Dreiecke sind wieder die Punkte maximaler Entdämpfung für die Kammleitung mit den engen Schlitzen eingezeichnet. Ebenso enthält Bild 14 die Phasengeschwindigkeit  $u_1$ 

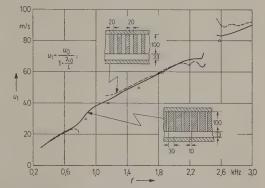


Bild 13. Phasengeschwindigkeit  $u_{+1}$  der ersten Partialwelle in den Kanälen mit einseitiger Kammleitung.

Strömungsgeschwindigkeit und Frequenz maximaler Entdämpfung für die Kammleitung mit engen Schlitzen.

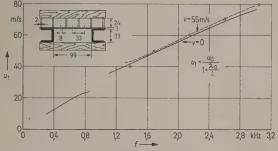


Bild 14. Phasengeschwindigkeit  $u_{+1}$  der ersten Partialwelle im Kanal mit den Helmholtz-Resonatoren nach Bild 9 für ruhende (v=0) und strömende  $(v=55\,\mathrm{m/s})$  Luft.

 Strömungsgeschwindigkeit und Frequenz maximaler Verstärkung.

der ersten Partialwelle in dem Kanal mit den Resonatoren nach Bild 9. Hier wurde die Grundwellen-Phasengeschwindigkeit einmal bei ruhender Luft und einmal bei einer Strömungsgeschwindigkeit  $v=55~\mathrm{m/s}$  gemessen. Die daraus berechneten Werte für  $u_1$  unterscheiden sich wieder nur wenig trotz der relativ starken Resonanzverschiebung bei diesen Resonatoren.

Aus den Bildern 12 bis 14 ist die gute Übereinstimmung der Strömungsgeschwindigkeit und Frequenz maximaler Entdämpfung mit der Dispersionskurve der ersten Partialwelle zu erkennen. Dieses Ergebnis bildet die hauptsächliche experimentelle Bestätigung für die Richtigkeit der oben entwickelten Vorstellungen über den Mechanismus der Schallverstärkung. Daneben bekräftigen noch mehrere bei

den Messungen gewonnenen Einzelzüge die Gemeinsamkeiten zwischen elektrischer Wanderfeldröhre und Schallverstärkung, deren Erklärung aber zum Teil ein zu weites Eingehen auf das Verhalten von Wanderfeldröhren erfordern würde. Selbst in der Frage der Turbulenz- und Amplitudenabhängigkeit ergeben sich Gemeinsamkeiten mit den Verhältnissen bei der Wanderfeldröhre, obwohl sich gerade in diesem Punkt der schon erwähnte Unterschied zwischen der elektrischen und der Schallverstärkung hinsichtlich der Wellenleiter besonders auswirken wird. Schon bei der Erklärung der Schallverstärkung wurde darauf hingewiesen, daß sich eine zu große Signalamplitude defokussierend auf die Modulation der Strömung auswirkt; die Druckverteilung in der Strömungspulsation wird durch die darüber hinweglaufende Schallwelle so verändert, daß sie an den Resonatoren falschphasig ankommt. Erst recht wird natürlich eine starke Verwirbelung der Strömung die Ordnung der Strömungsmodulation stören bzw. erst gar nicht aufkommen lassen, da die Pulsation des Pseudoschalles als Strömungsvorgang von der Strömungsturbulenz besonders stark beeinflußt wird. Ähnlich wird bei der Wanderfeldröhre die Modulation des Elektronenstrahles bei großen Amplituden der Leitungswelle derart gestört, daß durch Überholeffekte der Elektronen eine Turbulenz im Elektronenstrahl entsteht. Von einem gewissen Signalpegel ab nimmt die Anzahl der falschphasig laufenden Elektronen rasch zu, die Verstärkung nimmt von diesem Punkte an schnell ab [11]. Eine gleiche Signalschwelle wurde bei der Amplitudenabhängigkeit der Schallverstärkung festgestellt. Es muß jedoch gesagt werden, daß die Behandlung der Turbulenz- und Amplitudenabhängigkeit der Schallverstärkung über die bei der Erklärung derselben stillschweigend gemachte Voraussetzung kleiner Wechselamplituden hinausführt.

#### 4. Schlußbemerkungen

Es wurde eine anschauliche Erklärung für die Schallverstärkung gegeben, welche bei Schallausbreitung in räumlich inhomogenen, mit reaktiven Absorbern ausgekleideten Strömungskanälen auftritt. Diese in enger Anlehnung an den Verstärkungsmechanismus bei der elektrischen Wanderfeldröhre hergeleitete Erklärung vermag zahlreiche im Zusammenhang mit der Schallverstärkung gefundene Meßergebnisse zu deuten und kann als Richtschnur für weitere Untersuchungen dienen. Man wird sich vor allem die Frage stellen, ob eine Verkettung der Schallwelle mit der Strömung in der angegebenen Weise, die zu einer Schallverstärkung führt, nach den Grundgleichungen der Akustik und der Strömungslehre überhaupt möglich ist. Ein solcher ana-

lytischer Nachweis wurde geführt, indem unter der alleinigen Annahme einer periodischen Kanalberandung und kleiner Wechsélamplituden eine Differentialgleichung zweiter Ordnung mit periodischen Koeffizienten für die Wechselkomponente der Massenstromdichte im Kanal aufgestellt wurde. Dabei wurde zugelassen, daß diese Wechselkomponente sowohl eine Schallwelle wie eine Strömungspulsation beinhalten kann. Eine solche Differentialgleichung läßt prinzipiell eine Verstärkung zu. Zu ihrer Lösung muß jedoch die Ortsabhängigkeit der stationären Grundströmung in dem periodisch berandeten Kanal bekannt sein. Diese wäre in weiteren Untersuchungen experimentell zu bestimmen. Eine sehr große Fruchtbarkeit einer quantitativen Behandlung der Schallverstärkung wird man aber bei erträglichem Aufwand nicht erwarten dürfen. Denn schon bei der Beantwortung der zunächst wichtigsten Frage nach der Größe der erreichbaren Verstärkung müßte die genaue Form der Resonatormündungen sowie die Strömungsturbulenz in die Rechnung eingehen. Eine auf Meßergebnisse gestützte qualitative Erklärung der Schallverstärkung wird also dem Problem angemessen bleiben.

Der Verfasser möchte Herrn Professor Dr. Dr.-Ing. E.h. E. Meyer für die große Anteilnahme und die Förderung, die er der Entwicklung dieser Arbeit zuwandte, herzlich danken.

Diese Arbeit wurde ermöglicht und durchgeführt unter Contract No. AF 61 (052)-112 Air Research and Development Command, United States Air Force, European Office. (Eingegangen am 15. August 1959.)

#### Anhang 1. Partialwellen in ruhender Luft

Die Längsausdehnung des inhomogenen Kanales und die Schallausbreitung darin seien in z-Richtung. F sei eine Schallfeldgröße, die der Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + (\Delta_{\rm tr} + k^2) F = 0$$
 (A. 1,1)

genügt, wobei  $k=\omega/c$  mit der Schallgeschwindigkeit c und  $\varDelta_{\rm tr}$  der Laplace-Operator der zur z-Achse senkrechten Koordinatenebene sind. Wegen der z-Abhängigkeit der Randbedingungen machen wir den Ansatz

$$\Delta_{tr} F = -H(z) F, \qquad (A. 1,2)$$

worin H(z) eine in z mit der Periode L periodische Funktion ist. Damit erhält man die Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + [k^2 - H(z)] F = 0.$$
 (A. 1,3)

Es ist dies eine Hillsche Differentialgleichung mit dem periodischen Koeffizienten H(z), die nach dem Floquetschen Theorem eine Lösung hat von der

Form (A. 1,4) 
$$F = \sum_{n} A_{n}(x,y) e^{-j\beta_{n}z} = e^{-j\beta_{0}z} \sum_{n} A_{n}(x,y) e^{-j(2\pi n/L)z}.$$

Die Summanden sind die Partialwellen,  $A_n(x, y)$ ihre (komplexen und von den Transversalkomponenten abhängigen) Amplituden,  $\beta_n$  mit

$$\beta_n = \beta_0 + \frac{2 \pi n}{L}$$
 (A. 1,5)

ihr Phasenmaß (bei verlustfreier Ausbreitung, sonst die Ausbreitungskonstante),  $\beta_0$  das Phasenmaß der Grundwelle. Der Summationsindex n läuft von  $-\infty$ bis  $+\infty$ . Die Amplituden  $A_n$  werden durch die Randbedingungen innerhalb einer Periodenlänge L des Kanales festgelegt. Das sieht man durch Einsetzen der Lösung (A. 1,4) in (A. 1,3), wodurch man erhält:

$$\sum [\Delta_{\text{tr}} A_n + (k^2 - \beta_n^2) A_n] e^{-j(2\pi n/L)z} = 0. \quad (A. 1,6)$$

Die Summanden bilden aber in  $0 \le z \le L$  ein Orthogonalsystem, denn es ist

$$\int_{0}^{L} e^{-j[2\pi(n-m)/L]z} dz = \begin{cases} L & \text{für } n=m \\ 0 & \text{für } n\neq m \end{cases}$$
 (A. 1,7)

Daher müssen die Summanden einzeln verschwinden, d. h. man hat für die Amplituden der Partialwellen die zweidimensionale Differentialgleichung

$$\Delta_{\rm tr} A_n(x,y) + (k^2 - \beta_n^2) A_n(x,y) = 0$$
, (A. 1,8)

deren Lösungen den Randbedingungen innerhalb der Periodenlänge L anzupassen sind. Bleiben diese über die ganze Kanallänge konstant, so bleibt auch das Amplitudenverhältnis der Partialwellen untereinander und zur Grundwelle gewahrt. Energie, die einer der Partialwellen zugeführt wird, teilt sich allen übrigen mit. Aus (A. 1,5) folgt für die Phasengeschwindigkeit  $u_n$  der n-ten Partialwelle

$$u_n = \frac{\omega}{\beta_n} = \frac{u_0}{1 + n u_0 / f L} = \frac{u_0}{1 + n \lambda_0 / L}, \quad (A. 1.9)$$

wobei  $u_0$  die Phasengeschwindigkeit und  $\lambda_0$  die Wellenlänge der Grundwelle im Kanal sind, und für die Gruppengeschwindigkeit  $v_{gn}$ 

$$v_{\rm gn} = \frac{1}{{
m d}eta_n/{
m d}\omega} = \frac{1}{{
m d}eta_0/{
m d}\omega} = v_{\rm g\,0}$$
. (A. 1,10)

Der Energietransport wird durch die Gesamtheit der Partialwellen durchgeführt.

#### Anhang 2. Partialwellen in strömender Luft

Wir stellen die Frage: Gibt es im inhomogenen Kanal als Lösung der Wellengleichung in einer Strömung mit der Geschwindigkeit v eine Partialwelle mit der Phasengeschwindigkeit  $u_n$  so, daß  $u_n = v$ gilt?

Die Wellengleichung in einer wirbel- und reibungsfreien eindimensionalen Strömung mit adiabatischer Zustandsgleichung der Luft ist im Falle, daß die Strömungsgeschwindigkeit groß ist gegenüber den Wechselgeschwindigkeiten [7]

$$\Delta F = \frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + 2 v \frac{\partial^2 F}{\partial t} \frac{\partial^2 F}{\partial z} + v^2 \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \right). \quad (A. 2,1)$$

Diese Differentialgleichung läßt sich bereits durch die Galilei-Transformation

$$x = \hat{x}$$
;  $y = \hat{y}$ ;  $z(\hat{z}, \hat{t}) = \hat{z} + v \hat{t}$ ;  $t = \hat{t}$  (A. 2,2)

auf die übliche Form der Wellengleichung bringen. Diese Transformation hat aber den Nachteil, daß wegen

$$\partial/\partial \hat{t} = \partial/\partial t + v \,\partial/\partial z$$
 (A. 2,3)

eine harmonische Analyse in den neuen Koordinaten nicht mehr möglich ist und daß wegen

$$d\hat{z} = dz - v dt \tag{A. 2.4}$$

im inhomogenen Kanal die Periodenkonstante L zeitabhängig wird. Man wendet daher auf die Galileitransformierten Koordinaten  $\hat{z}$ ,  $\hat{t}$  noch die Lorentz-Transformation an, bezüglich der die Wellengleichung invariant ist und hat damit insgesamt

$$x' = x$$
;  $y' = y$ ;  $z' = \mu z$ ;  $t' = (1/\mu) t + (v/c^2) z$ ;  
 $\mu = 1/\sqrt{1 - M^2}$ ;  $M = v/c$ . (A. 2,5)

Es ist

$$\begin{array}{l} \partial/\partial t' = \mu \; \partial/\partial t, \\ \partial/\partial z' = (1/\mu) \; \partial/\partial z - (v/c^2) \; \partial/\partial t \end{array} \tag{A. 2,6}$$

und

$$dz' = \mu dz,$$
  
 $dt' = (1/\mu) dt + (v/c^2) dz$  (A. 2,7)

und die Wellengleichung wird

$$\frac{\partial^2 F'}{\partial z'^2} + \Delta_{\text{tr}} F' - (1/c^2) \frac{\partial^2 F'}{\partial z'^2} = 0. \quad (A. 2.8)$$

Dabei ist F' = F'(x, y, z', t') die Feldgröße in den transformierten Koordinaten. Wenn F zeitharmonisch ist, dann ist es nach (A. 2,6) auch F'. Mit der Kreisfrequenz  $\omega'$  und der Wellenzahl  $k' = \omega'/c$  im transformierten Koordinatensystem wird (A. 2.8)

$$\frac{\partial^2 F'}{\partial z'^2} + (\Delta_{\rm tr} + k'^2) F' = 0.$$
 (A. 2,9)

Das ist dieselbe Wellengleichung wie (A. 1,1). Auch hier können wir den Ansatz (A. 1,2) wiederholen:

$$\Delta_{tr} F' = -H'(z') F',$$
 (A. 2,10)

denn nach (A. 2,7) sind die Randbedingungen nur mit z' veränderlich, H' ist also eine mit der Periodenlänge L' periodische Funktion in z' und nach (A, 2,7) ist  $L' = \mu L$ . Man kann also alle Überlegungen zu den Gleichungen (A. 1,3) bis (A. 1,8) des Anhanges 1 mit den entsprechenden gestrichenen Größen im transformierten Koordinatensystem direkt wiederholen.

Zu der eingangs gestellten Frage zurückkehrend wollen wir untersuchen, ob  $u_n'=v'$  möglich ist. Dazu müssen wir in

$$u_n' = \frac{\omega'}{\beta_0' + 2\pi n/L'}$$
 (A. 2,11)

die Größen  $\omega'$ ,  $\beta_0'$ , L' und v im transformierten Koordinatensystem durch die entsprechenden meßbaren  $\omega$ ,  $\beta_0$ , L und v ausdrücken. Nach den Rechenregeln über die Einführung neuer Koordinaten erhält man aus (A. 2.6)

$$\beta_0' = \beta_0/\mu + \omega \, v/c^2$$
 und  $\omega' = \mu \, \omega$ , (A. 2,12)

und aus (A. 2,7)

$$v' - dz'/dt' = v - \frac{\mu^2}{1 + \mu M^2},$$
 (A. 2,13)

so daß mit  $L' = \mu L$  die Bedingung  $u_n' = v'$  gleichbedeutend ist mit

$$v = \frac{u_0}{1 + n \lambda_0 / L}$$
 (A. 2,13)

Das ist wieder die bekannte Bedingung für Synchronismus zwischen Strömung und Partialwelle. Als  $u_0$  und  $\lambda_0$  sind hier die Werte bei überlagerter Strömung zu nehmen. (A. 2,13) ist aber sicher zu erfüllen; also gibt es Partialwellen, die mit der Strömung koppeln können. Bei gegebener Kanalberandung, d. h. gegebener Dispersion der Grundwelle,

stellt (A. 2,13) eine Bedingung zwischen Frequenz und Strömungsgeschwindigkeit dar.

#### Schrifttum

- MEYER, E., MECHEL, FR. und KURTZE, G., Experiments on the influence of flow on sound attenuation in absorbing ducts. J. acoust. Soc. Amer. 30 [1958], 165.
- [2] PRIDMORE-BROWN, D. C., Sound propagation in a fluid flowing through an attenuating duct. J. Fluid Mech. 6 [1958], 393.
- [3] Bolt, R, H., Labate, S. und Ingard, U., Acoustic reactance of small circular orifices. J. acoust. Soc. Amer. 21 [1949], 94.
- [4] BARTHEL, F., Untersuchungen über nichtlineare Helmholtzresonatoren. Frequenz 12 [1958], 72.
- [5] MÜLLER, A. E. und MATSCHAT, K. R., The scattering of sound by a single vortex and by turbulence. Technical Report, 1959, Max-Planck-Institut für Strömungsforschung, Göttingen.
- [6] Schuster, K., Zur Schallausbreitung längs poröser Stoffe. Akust. Z. 4 [1939], 335.
- [7] BLOKHINTSEV, D. I., Acoustics of a nonhomogeneous moving medium. 1946, Leningrad; Übersetzung: NACA TM 1399 [1956].
- [8] MÜLLER, R. und STETTER, W., Der Stand der Entwicklung und die Wirkungsweise von Mikrowellenröhren. Elektron. Rdsch. 11 [1957], 168, 206, 242, 268, 367.
- 242, 268, 367.
  [9] Pierce, J. R., Traveling-wave tubes. D. van Nostrand, New York 1950.
- [10] Beck, A. H. W., Space-charge waves and slow electromagnetic waves. Pergamon Press, London 1958.
- [11] Tien, P. K., Walker, L. R. und Wolontis, V. M., A large signal theory of traveling-wave amplifiers. Proc. Inst. Radio Engrs. 43 [1955], 260.

#### Buchbesprechung

Lexikon der Hochfrequenz-, Nachrichten- und Elektrotechnik, herausgegeben von C. Rint. Verlag Technik, Berlin, und Porta Verlag, München 1959. Band 4: R-Z, VIII, 852 Seiten, zahlreiche Bilder, DIN C6, gebunden DM 28,75.

Nachdem nun auch der 4. Band dieses von C. Rint herausgegebenen Lexikons erschienen ist, liegt es abgesehen von dem ergänzenden Wörterbuchband in abgeschlossener Form vor. Die ersten drei Bände wurden bereits früher (vergleiche Acustica 8 [1958], 344, 9 [1959], 64) besprochen; der 4. Band reiht sich gut den vorangegangenen Bänden an. Insgesamt wurden in diesen vier Bänden über 15 000 Stichwörter mit weiteren mehr als 10 000 Unterbegriffen lexikalisch geordnet und definiert und wenn notwendig mit Bildern, Tabellen und Literaturhinweisen versehen. Eine beachtliche Leistung!

Es ist geplant Ende 1961 einen Ergänzungsband herauszubringen, der alle in der Zwischenzeit hinzugekommenen Begriffe und die eventuellen Ergänzungen aufnehmen soll.

O. Weis

# TRANSIENTS AND THE EQUIVALENT ELECTRICAL CIRCUIT OF THE PIEZOELECTRIC TRANSDUCER

by L. Filipczyński

Institute of Basic Technical Problems, Polish Academy of Sciences, Warsaw

#### Summary

The subject of the present paper is an X-cut quartz transducer, in which one-dimensional mechanical vibrations are discussed. Starting with piezoelectric equations in terms of the electrical enthalpy, transients of the transducer, frequency-response characteristics and the input impedance are analyzed. The results of experiments confirm the described mechanism of the vibrations in the transducer, as well as the frequency-response characteristics. On the basis of the results obtained, an equivalent electrical circuit of the transducer has been constructed in terms of a transmission line. The given circuit is valid for steady states and for transients as well.

#### Zusammenfassung

Die Arbeit befaßt sich mit einem Quarzwandler im X-Schnitt, der für eindimensionale mechanische Schwingungen diskutiert wird. Ausgehend von den unter Benutzung der elektrischen Enthalpie geschriebenen piezoelektrischen Gleichungen werden Impulsübertragung, Übertragungsfaktor und Eingangswiderstand analysiert. Die Ergebnisse des experimentellen Teils bestätigen sowohl den beschriebenen Schwingungsmechanismus im Wandler als auch en Übertragungsfaktor. Auf Grund der erhaltenen Resultate wurde ein elektrisches Leitungsersatzschaltbild des Wandlers entworfen, das sowohl für stationären als auch für nichtstationären Betrieb gültig ist.

#### Sommaire

Communication relative à un transducteur à quartz de coupe X dans lequel on examine les vibrations mécaniques suivant une direction déterminée. Partant des équations piézo-électriques exprimées en fonction de l'enthalpie électrique, on analyse les phénomènes transitoires du transducteur, les courbes de réponse de fréquence et l'impédance d'entrée. Les résultats d'une partie des expériences confirment la description du mécanisme des vibrations dans le transducteur aussi bien que les courbes de réponse de fréquence. En se basant sur les résultats obtenus on a réalisé un circuit électrique équivalent du transducteur analogue à une ligne de transmission. Le circuit donné convient aussi bien pour les états stables que pour les états transitoires.

#### 1. Theoretical analysis

An X-cut quartz transducer is subject of the analysis. The mechanical and electrical waveforms occurring only in the direction of the X axis will be taken into account. The transducer dimensions in the direction of other axes are unlimited. The transducer thickness (in the direction of the X axis) is comparable with the length of the excited mechanical wave, but is very small compared with the length of the electromagnetic wave.

The above assumptions permit limiting the discussion merely to the thickness vibrations of quartz (longitudinal waves), and for considering a system with distributed mechanical constants and lumped electrical constants.

When describing phenomena occurring in the transducer, we start with relations in terms of the

thermodynamical function, which is given the name of electrical enthalpy, and for which the following relation holds

$$d\eta = d(\Gamma - ED) = T ds + \sigma d\xi - D dE$$
, (1)

where  $\eta$  is the electrical enthalpy,  $\Gamma$  the density of the internal energy, E strength of the electric field, D the electric induction, T the absolute temperature, s the entropy,  $\sigma$  the stress and  $\xi$  the strain.

In terms of (1) we derive relations determining the piezoelectric phenomenon, which is of interest to us, as follows [1], [5]

$$D_x = \varepsilon_{11} E_x - e_{11} \xi_x \,, \tag{2}$$

$$\sigma_x = e_{11} E_x + b_{11} \xi_x, \tag{3}$$

where  $\varepsilon_{11}$  is the dielectric constant at  $\xi_x=0$ ;  $b_{11}$  the elasticity coefficient at  $E_x=0$ , and  $e_{11}$  the adiabatic piezoelectric coefficient.

In the subsequent part of the paper we shall neglect the indices x applied in formulae (2) and (3) for the sake of simplification.

Now let us assume that the transducer i loaded at both sides with media having the acoustic wave impedances  $z_{\rm A}$  and  $z_{\rm B}$  respectively. Both media are limited merely by planes of contact with the transducer. The equation of dynamic equilibrium in the transducer will be

$$\varrho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = e_{11} \frac{\partial E}{\partial x} + b_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \qquad (4)$$

where u is the displacement.

Since the electric field inside the transducer does not depend on the coordinate x, a homogeneous wave equation will be received from eq. (4). We shall now look for solutions of the equation with the following initial and boundary conditions. At the time t=0 the displacement and particle velocity are equal to zero

$$u_{t=0} = 0$$
,  $v = \frac{\partial u}{\partial t}_{t=0} = 0$ . (5), (6)

We now apply to eq. (4) the Laplace transformation determined by

$$\mathfrak{L}{f(t)} = \int_{0}^{\infty} e^{-st} f(t) dt, \qquad (7)$$

where s is a complex variable, f(t) the transformed function, and  $\mathfrak L$  the symbol of transformation. We receive then in the transducer the waves

$$\mathfrak{L}\{u\} = B_2 e^{-sx/c} + B_3 e^{sx/c}$$
 (8)

and in the loading media

$$\mathfrak{Q}\{u_{\rm A}\} = B_1 \,\mathrm{e}^{sx/c_{\rm A}}, \quad \mathfrak{Q}\{u_{\rm B}\} = B_4 \,\mathrm{e}^{-sx/c_{\rm B}}, \quad (9), (10)$$

where  $c=\sqrt{b_{11}/\varrho}$  denotes the velocity of waves in the transducer, and  $c_{\rm A}$ ,  $c_{\rm B}$  the velocities of waves in the surrounding media. We introduce now the boundary conditions as equality of displacements and stresses on the surfaces of the transducer. The stresses acting in the transducer on the boundaries are determined by the relation (3). We assume that at t=0 an electric field arises in the transducer, and has the value

$$E(t) = U(t)/d, (11)$$

where U is the voltage applied to the transducer and d the transducer thickness.

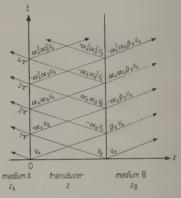


Fig. 1. Particle velocity waves in the piezoelectric transducer, presented in the space-time system  $\beta=2\,z/(z_{\rm B}+z)$ .

We determine constants  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ ,  $B_4$  from the boundary conditions, and subsequently applying the inverse Laplace transformation we receive the value of the waves of particle velocity inside the transducer and in the loading medium as

$$v(x,t) = \frac{e_{11}}{z_{B}+z} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{A}^{n+1} \alpha_{B}^{n} E\left[t - \frac{d(2n+1)+x}{c}\right] \mathbf{1} \left[t - \frac{d(2n+1)+x}{c}\right] - \frac{e_{11}}{z_{B}+z} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{A}^{n} \alpha_{B}^{n} E\left[t - \frac{d(2n+1)-x}{c}\right] \mathbf{1} \left[t - \frac{d(2n+1)-x}{c}\right] + \frac{e_{11}}{z_{A}+z} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{A}^{n} \alpha_{B}^{n} E\left[t - \frac{2dn+x}{c}\right] \mathbf{1} \left[t - \frac{2dn+x}{c}\right] - \frac{e_{11}}{z_{A}+z} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{A}^{n} \alpha_{B}^{n+1} E\left[t - \frac{2d(n+1)-x}{c}\right] \mathbf{1} \left[t - \frac{2d(n+1)-x}{c}\right],$$
(12)

$$v_{\rm B}(x,t) = \frac{2 e_{11} z}{(z_{\rm A} + z) (z_{\rm B} + z)} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{\rm A}^{n} \alpha_{\rm B}^{n} E \left[ t - \frac{d(2n+1)}{c} - \frac{x-d}{c_{\rm B}} \right] \mathbf{1} \left[ t - \frac{d(2n+1)}{c} - \frac{x-d}{c_{\rm B}} \right] +$$

$$+ \frac{e_{11}}{z_{\rm B} + z} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{\rm A}^{n+1} \alpha_{\rm B}^{n} E \left[ t - \frac{2 d(n+1)}{c} - \frac{x-d}{c_{\rm B}} \right] \mathbf{1} \left[ t - \frac{2 d(n+1)}{c} - \frac{x-d}{c_{\rm B}} \right] -$$

$$- \frac{e_{11}}{z_{\rm B} + z} \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_{\rm A}^{n} \alpha_{\rm B}^{n} E \left[ t - \frac{2 dn}{c} - \frac{x-d}{c_{\rm B}} \right] \mathbf{1} \left[ t - \frac{2 dn}{c} - \frac{x-d}{c_{\rm B}} \right]$$

$$(13)$$

where

$$\alpha_{\rm A} = (z_{\rm A} - z)/(z_{\rm A} + z),$$

$$\alpha_{\rm B} = (z_{\rm B} - z)/(z_{\rm B} + z)$$
(14)

and  $\mathbf{I}(t)$  is the step function.

In terms of relations (12) and (13) a diagram is constructed (Fig. 1), which determines the transients in the transducer. At t=0 in the boundary planes x=0, d arise the waves of particle velocity

$$V_{\rm A} = e_{11} E(t) / (z_{\rm A} + z),$$
 (15)

$$V_{\rm B} = -e_{11} E(t)/(z_{\rm B} + z)$$
. (16)

After the time  $\tau=d/c$  these waves reach the opposite boundary planes in the transducer, where the phenomenon of partial reflection and penetration into the next medium occurs, according to the classical formulae.

From expression (13), after introducing the operator  $j \omega$  instead of s, the expression determining the particle velocity of the transducer in the steady state is obtained as

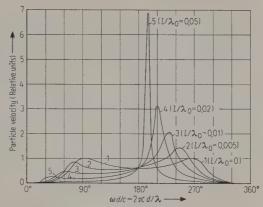


Fig. 2. Frequency-response characteristics of the X-cut quartz transducer loaded at one side by steel through a thin oil layer. l is the thickness of the oil layer,  $\lambda_0$  the length of the wave in the oil layer.

$$v_{\rm B}(x=d,t) = \frac{e_{11} E_{\rm M} e^{j\omega t}}{z} \frac{1 - \cos\frac{\omega d}{c} - j\frac{z_{\rm A}}{z} \sin\frac{\omega d}{c}}{\left(\frac{z_{\rm A}}{z} + \frac{z_{\rm B}}{z}\right) \cos\frac{\omega d}{c} + j\left(1 + \frac{z_{\rm A} z_{\rm B}}{z}\right) \sin\frac{\omega d}{c}}.$$
 (17)

The frequency-response characteristics calculated from eq. (17), the quartz transducer being loaded at one side and at both sides with steel, aluminium, an ideally matched medium and oil, are presented in another paper [3].

When there is a coupling layer of oil between the medium and the transducer, then the loading impedance  $z_{\rm B}$  becomes complex. In such a case the characteristics will have the shape represented in Fig. 2.

In order to calculate the input electric impedance of the transducer, we integrate eq. (2) along the thickness of the transducer, obtaining

$$D = \varepsilon_{11} E(t) - e_{11}/d \int_{0}^{d} \xi(x, t) dx.$$
 (18)

The current flowing in the transducer is then calculated by differentiating eq. (18) with respect to time and multiplying by the surface of the transducer S. Hence the ratio of current to the applied voltage is

$$\frac{I}{U} = \frac{C_0}{U(t)} \frac{dU(t)}{dt} -$$

$$- \frac{S e_{11}}{d} \frac{1}{U(t)} [v(x=d,t) - v(x=0,t)],$$
(19)

where  $C_0 = S \, \varepsilon_{11}/d$  is the static capacitance of the transducer. It follows from the above that the equivalent electric circuit of the transducer is composed of the parallel system of static capacitance and of

the dynamical component, being the function of the difference of particle velocities on both boundary planes of the transducer. After taking into account eq. (12), the dynamical component will be

$$\frac{S e_{11}^{2}}{U(t) d^{2}} \left[ \frac{U(t) \mathbf{1}(t)}{z_{B}+z} - \frac{U(t-\tau) \mathbf{1}(t-\tau)}{z_{A}+z} (1-\alpha_{B}) - \frac{U(t-2\tau) \mathbf{1}(t-2\tau)}{z_{B}+z} (\alpha_{A}-\alpha_{A}\alpha_{B}) - \dots + \frac{U(t) \mathbf{1}(t)}{z_{A}+z} - \frac{U(t-\tau) \mathbf{1}(t-\tau)}{z_{B}+z} (1-\alpha_{B}) - \frac{U(t-2\tau) \mathbf{1}(t-2\tau)}{z_{A}+z} (\alpha_{B}-\alpha_{B}\alpha_{A}) - \dots \right]. (20)$$

In steady states we derive from eqs. (19) and (20) a system of parallel connection of the static capacitance  $C_0$  and the dynamical impedance being written as

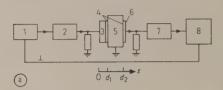
$$Z_{\rm d} = \frac{d^2}{e_{11}^2 S} \cdot (21)$$

$$\cdot \frac{(z_{\rm A} + z_{\rm B}) \cos \frac{\omega d}{c} + j \left(\frac{z_{\rm A} z_{\rm B}}{z} + z\right) \sin \frac{\omega d}{c}}{2 \cos \frac{\omega d}{c} + j \left(\frac{z_{\rm A} + z_{\rm B}}{z}\right) \sin \frac{\omega d}{c} - 2}.$$

The input impedances calculated on this basis for a few characteristic cases have been given in another paper [4].

#### 2. Experimental results

The experimental studies aimed at verifying the above theory. The measurements concerning transients, frequency-response characteristics and the input impedance, confirmed the results of the theoretical analysis. Below we shall present briefly the results of the investigations, which have been discussed in detail in another publication [4].



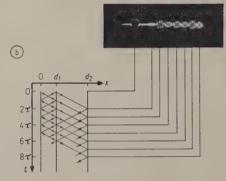


Fig. 3. Transients in the X-cut quartz transducer.

- (a) Measurement system: 1 generator of synchronizing pulses, 2 transmitter, 3 transmitting transducer, 4 layer of oil, 5 steel sample, 6 receiving transducer, 7 amplifier, 8 oscilloscope.
- (b) Graphic interpretation of results.

Fig. 3 represents the measurements of transients in an X-cut quartz transducer having 5.8 mm in thickness and 20 mm in diameter, a voltage pulse of a frequency 4 Mc/s and 0.8 µs duration being applied to it, the resonance frequency of the receiving transducer used equal to 20 Mc/s. In addition, the back surface of the receiving transducer was loaded with a damping material, owing to which there were no pulse distortions, which would be introduced by the receiving transducer. Otherwise the pulses presented in the photograph correspond to the pulses arising in the transducer on both boundary surfaces. The first pulse (Fig. 3b) is a transmitting one, induced electrically at the input terminals of the receiver. The second and the third correspond to the acoustical velocity pulses arising in this time on each boundary plane of the transducer  $(x=d_1 \text{ and } x=0)$ and which have passed through the steel medium. Their amplitudes follow the formulae (15) and (16). Because  $z_A = 0$  (air backing at x = 0) the magnitude of the third pulse is greater than that of the second. The magnitudes of the remaining pulses are determined by the many reflections that occur at the boundary planes  $(x=0\,,\,d_1)$  on the way to the receiving transducer.

Fig. 4 represents the measured response characteristics on the background of theoretical curves, the transducer being loaded at one side with steel through a thin oil layer. The measurements were performed at a constant frequency, however the thickness of the transducer was ground step by step.

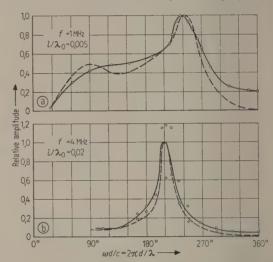


Fig. 4. Measured (solid line) and calculated (dashed line) response characteristics of the X-cut quartz transducer loaded at one side by steel through a thin oil layer.

This assured constant directivity characteristic of the transducer in the medium loading it, at the change of the quantity  $\omega \; d/c$ .

The measurements of the input impedance of the transducer, which had been performed by means of a Q-meter, gave results in conformity with the theory. A transducer, 20 mm in diameter and 0.78 mm thickness, was loaded through a thin oil layer by a long sample of steel. For the ratio  $l/\lambda_0=0.02$ , where l is the oil layer thickness and  $\lambda_0$  the wavelength in oil layer, the measured electrical input resistance at the frequency  $4.15~{\rm Mc/s}$  was  $R=23~{\rm k}\Omega$ . Formula (21) gives the value  $R=25~{\rm k}\Omega$ , after taking into account the transforming effect of the oil layer which changes the loading impedance  $z_{\rm B}$  to the value

$$z_{B}' = z_{0} \frac{\frac{z_{B}}{z_{0}} + j \tan 2\pi \frac{l}{\lambda_{0}}}{1 + j \frac{z_{B}}{z_{0}} \tan 2\pi \frac{l}{\lambda_{0}}}$$

where  $z_0$  denotes the acoustical impedance of oil.

# 3. Conclusions. The equivalent circuit of a piezoelectric transducer

In terms of the suggested mechanism of vibrations in the transducer, a conclusion can be drawn that the boundary surfaces of the transducer are the sources of vibrations arising in it. The space of the transducer comprised between its boundary surfaces plays merely a passive role of a medium in which these vibrations spread. Therefore the acoustical equivalent circuit of the transducer reduces to the circuit presented in Fig. 5 a. The piezoelectric stress-

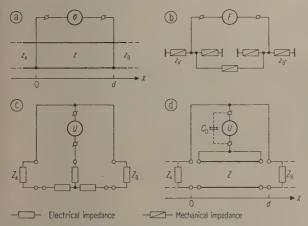


Fig. 5. Transformation of the acoustical equivalent circuit of the piezoelectric transducer into the electrical equivalent circuit.

ses arising in the transducer are produced by the generator denoted in the figure as  $\sigma$ . These stresses act on both ends of the transducer (x=0,d) loaded with the media A and B.

If we substitute the lefthand-side loading of the transducer for the mechanical impedance  $z_{\rm A}{}'$ , the righthand-side loading for the impedance  $z_{\rm B}{}'$ , and to simplify it if we substitute the medium of the transducer comprised between the boundary surfaces (being as a matter of fact a mechanical transmission line) for four-pole network consisting of mechanical elements, then we shall obtain the circuit presented in Fig. 5 b.

In terms of relations (2) and (3) the following equations can be derived, relating the electrical quantities with the acoustical quantities in the transducer:

$$V = \frac{d}{e_{11}} \sigma, \quad I = \frac{S e_{11}}{d} v, \quad Z = \frac{d^2}{e_{11}^2 S} z,$$

$$(22), (23), (24)$$

where Z is the electric impedance, z the acoustic impedance.

The form of these equations relating electrical quantities with acoustical quantities implies the use of the classical system of analogy in constructing equivalent circuits, in which the following analogies occur

$$V \doteq \sigma$$
,  $I \doteq v$ ,  $Z \doteq z$ . (25), (26), (27)

Basing on this classical system of analogy, we transform the mechanical system into an electrical system (Fig. 5 c). Substituting the four terminal network (which is now electrical) for the transmission line we finally get the equivalent electrical circuit of the transducer under consideration (Fig. 5 d).

In parallel to the input terminals, the static capacitance of the transducer,  $C_0$ , should be connected in addition.

Accepting the above equivalent electrical circuit as basis for further consideration, let us now discuss transients in the transducer.

We apply a voltage being the step-function of time to the input terminals at t=0 (Fig. 6). Then a current  $I_A$  and a current  $I_B$  arise in the circuit. The current  $I_A$  is flowing through the impedance loading the transducer  $Z_A$  and through the input impedance of the line, which at the first instant has the value of Z. The current  $I_B$  is flowing through the impedance  $Z_B$  and Z, respectively. Two waves of current are flowing in the transmission line, i. e.  $I_A$  in the direction of x and x. The amplitudes of these currents are

$$I_{\rm A} = U/(Z_{\rm A} + Z)$$
,  $I_{\rm B} = U/(Z_{\rm B} + Z)$ . (28), (29)

This state will last until the moment when these waves reach the opposite ends of the line. After the time  $\tau=d/c$ , where c denotes the velocity of the wave propagation in the line, a phenomenon of partial reflection occurs at the end of the line. The magnitude of the reflected wave depends now on the magnitudes  $Z_{\rm A}$ ,  $Z_{\rm B}$ ,  $Z_{\rm A}$ , and the internal resistance of the source. If the latter is equal to zero (a source of a constant voltage) then the phenomenon of reflection depends merely on the impedance loading the line at the end under consideration, and on the magnitude Z.

The currents  $I_{\rm A}$ ,  $I_{\rm B}$  flowing in the transmission line correspond with the particle velocities  $v_{\rm A}$ ,  $v_{\rm B}$  (Fig. 6). These velocities have opposite phases at the moment of the initiation of vibrations, which corresponds evidently with the branching of currents in the electrical circuit.

The stresses  $\sigma_A$ ,  $\sigma_B$ , at the moment of the initiation of vibrations, have the same phase on the internal sides of the boundary surfaces, but have opposite phases with regard to the external sides of these

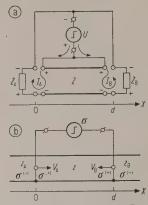


Fig. 6. Transients in the piezoelectric transducer;
(a) electrical circuit, (b) acoustical circuit.

surfaces. This corresponds fully with the phases of voltages  $U_{\rm A}$ ,  $U_{\rm B}$  arising at both ends of the line and on the impedances  $Z_{\rm A}$ ,  $Z_{\rm B}$ .

The above description of transients, based on the analysis of the equivalent circuit is exactly in agreement with the theoretical and experimental results given in the preceding section.

It can be easily checked that the input impedance of the transducer, calculated from the introduced equivalent circuit, conforms exactly to the value given by formula (22).

The frequency-response characteristics calculated in terms of the equivalent circuit are in agreement with formula (17) as well.

(Received June 25th, 1959.)

ACUSTICA

Vol. 10 (1960)

#### References

- [1] Cady, W., Theory of the crystal transducer for plane waves, J. acoust. Soc. Amer. 21 [1949], 65.
- [2] FILIPCZYNSKI, L., Analiza przebiegów elektromechanicznych w przetworniku kwarcywym (Analysis of electromechanical phenomena in quartz transducer). Proceedings of the Conference on Ultrasonics PAN, XI. 1953, Warsaw 1955, 13.

[3] FILIPCZYNSKI, L., Defektoskopia ultradzwiekowa (Ultrasonic flaw detection). Elektryka, Warsaw Technical University 8 [1955], 43.

- [4] FILIPCZYNSKI, L., Properties of the X-cut quartz transducer loaded with a solid medium. Proceedings of the II Conference on Ultrasonics PAN, VI. 1956. Warsaw 1957, 35.
- [5] Харкеьиу, А. А., Теория преобразоватьсяей Кнаккеvich, А. А., Transducer theory. Moscow 1948.

#### Buchbesprechung

Grundzüge der Elektroakustik. Von Dr. phil. A. Fischer. Wissenschaftlicher Mitarbeiter und Referent im Fernmeldetechn. Zentralamt Darmstadt. Fachverlag Schiele & Schön GmbH., Berlin 1959. Zweite erweiterte und verbesserte Auflage, 210 Seiten, 141 Abbildungen, 7 Tabellen, Leinen mit Schutzumschlag DM 24, —.

Ein Buch über die Elektroakustik hat die Aufgabe zu lösen, den begrifflichen und rechnerischen Zusammenhang zwischen elektrischen Kreisen, mechanischen Schwingern und dem Schallfeld herzustellen.

Dazu müssen die besonderen Eigenschaften dieser Teilgebiete klargestellt werden. Das ist in den Kapiteln I und VII über Schwingungstechnik und Schallstrahlung auch geschehen. In diesen Kapiteln spürt man den erfahrenen Pädagogen, dem es gelungen ist, diese Grundelemente in besonders durchsichtiger Form zu vermitteln.

In den weiteren Kapiteln werden die grundsätzlich möglichen Verkopplungen zwischen elektrischen und mechanischen Größen und die daraus hervorgehenden Wandlerprinzipien systematisch geordnet dargestellt. Leider ist hinsichtlich der piezoelektrischen und magnetostriktiven Verkopplungen einiges stehen geblieben, was nicht mehr ganz den heutigen Anschauungen entspricht, vgl. beispielsweise Mason. Im übrigen ist aber die sachliche Klärung des Fachgebietes, die sich in den letzten Jahren vollzogen hat, in die neue Fassung eingearbeitet. Das kann auch hinsichtlich der Wandlertheorie, d. h. der formalen Beschreibung der Kopplung zwischen elektrischen und mechanischen Größen und spezieller Wandlertypen gesagt werden. Der Verfasser

wird aber wohl selbst nicht in Anspruch nehmen, daß hinsichtlich einer didaktisch ausgereiften Darstellung und einer praktisch bequemen Anwendbarkeit schon das Optimum erreicht ist. Das ist ja in Anbetracht der Tatsache, daß die Klärung dieser Zusammenhänge erst in jüngster Zeit erfolgt ist, auch gar nicht zu erwarten. Verbesserungen in dieser Richtung scheinen dem Berichter z. B. möglich durch Hauptgruppierung in elektrische und magnetische Wandler und Hervorhebung der gemeinsamen Eigenschaften der Wandler jeder Gruppe. Erfeulich ist, daß Ersatzschaltungen an Stelle von Differentialgleichungen im Vordergrund stehen. Durch die Einführung des idealen elektromechanischen Wandlers als Schaltelement gewinnt die Darstellung ebenfalls sehr an Übersichtlichkeit.

Sehr zu begrüßen ist es, daß der Verfasser als Federkonstante die Nachgiebigkeit und nicht, wie in der Mechanik überwiegend, den reziproken Wert, die Steifigkeit verwendet, um die elektromechanischen Analogien zu vervollständigen. Für die nächste Auflage wäre erwünscht, daß er auch die Formelzeichen und Bezeichnungen von DIN 1332 und DIN 1320 verwendet, die inzwischen zum größten Teil auch international in gleicher Weise empfohlen werden.

Das Buch wendet sich an Physiker und Ingenieure, die die Absicht haben, sich eingehend mit elektroakustischen Problemen zu beschäftigen. Besondere Kenntnisse aus der allgemeinen Akustik werden nicht vorausgesetzt, sondern nur die grundlegenden Gesetze und Begriffe der Wechselstromtechnik, und selbstverständlich wird das Rechnen mit komplexen Größen, Differentialen und Integralen als bekannt angenommen. W. Reichardt

#### THE PROPAGATION OF SOUND IN NITROUS OXIDE

by R. Holmes, H. D. Parbrook and W. Tempest

Acoustics Laboratory University of Liverpool

Summary

The propagation of sound in nitrous oxide has been studied in the range  $100\,kc/s$  to  $700\,kc/s$  at pressures from  $0.025\,atm$  to  $2\,atm$  and at  $25^{\circ}$  C. The absorption and velocity measurements are consistent with the hypothesis of a single relaxation time, viz.,  $0.96\,\mu s$  at 1 atm, with binary collisions alone responsible for the transfer of vibrational energy. The measured peak absorption compared well with the calculated value using the vibrational specific heat calculated from spectroscopic measurements. In the region where the viscothermal and relaxation absorption are of the same order the total absorption is greater than the sum of the relaxation and visco-thermal components.

#### Sommaire

On a étudié la propagation du son dans le protoxyde d'azote dans le domaine de  $100\,\mathrm{kHz}$  à  $700\,\mathrm{kHz}$  pour les pressions variant de  $0,025\,\mathrm{atm}$  à  $2\,\mathrm{atm}$  et à la température de  $25\,^\circ\mathrm{C}.$  Les mesures d'absorption et de vitesse concordent avec l'hypothèse de l'existence d'un seul temps de relaxation, entre  $0.96\,\mu\mathrm{s}$  à l'atm, pour lequel, les collisions binaires sont seules responsables du transport de l'énergie vibratoire. Le maximum aigu de la courbe d'absorption déterminé par les mesures correspond bien avec la valeur tirée de la chaleur spécifique en ature vibratoire obtenue par des mesures spectroscopiques. Dans la région où l'absorption due à la viscosité et à la conductibilité calorifique est de même ordre de grandeur que l'absorption due à la relaxation, l'absorption totale est plus grande que la somme des deux absorptions partielles précédentes.

#### Zusammenfassung

Die Schallausbreitung in Distickstoffoxyd wurde im Bereich 100 kHz bis 700 kHz bei Drukken von 0,025 bis 2 atm bei  $25^\circ$  C untersucht. Die Absorptions- und Schallgeschwindigkeitsmessungen stimmen überein mit der Annahme einer einzigen Relaxationszeit (0,96  $\mu s$  bei 1 atm) und mit Zweierstößen, die allein für die Übertragung von Schwingungsenergie verantwortlich sind. Die gemessene maximale Absorption entspricht gut den berechneten Werten, die unter Benutzung der spezifischen Schwingungswärme aus spektroskopischen Messungen erhalten wurden. In dem Bereich, wo die visko-thermische und die Relaxationsabsorption von gleicher Größe sind, ist die Gesamtabsorption größer als die Summe beider Komponenten.

#### 1. Introduction

The velocity of sound in nitrous oxide and in two component mixtures with nitrous oxide as main constituent has been measured by several observers [1], [2], [3], at various frequencies, pressures, and temperatures; and two have made some absorption measurements [4], [5]. The relaxation time for the transfer of vibrational energy has also been determined by a jet method [6], [7] and with the spectrophone [8]. It has been suggested, somewhat tentatively, that the relaxation might be multiple [5], [8]. These measurements have been concerned solely with the relaxation process; the propagation in the region of high frequency/pressure (f/p) ratios, i. e. greater than 1 Mc/s atm, has not been investigated.

The purpose of the present measurements was to obtain accurate absorption and velocity measurements over a wider range of f/p than previous ultrasonic measurements, and from the results to de-

termine the relaxation time and compare the measured peak absorption with the calculated value, using the vibrational specific heat calculated from spectroscopic measurements. From the shape of the absorption and velocity curves the possibility of a multiple relaxation process could be investigated. The absorption measurements should give some information of the region where the absorption due to relaxation and that due to visco-thermal effects are of the same order, and in particular should show whether the total absorption is equal to the sum of the relaxation and visco-thermal absorptions.

#### 2. Apparatus and method of measurement

The absorption and velocity measurements were made using, in a modified form, an ultrasonic pulse technique which has been developed in this laboratory [9]. The original apparatus made use of circular X-cut quartz crystals operated at resonance as both transmitting and receiving transducers; in the present

work transducers of this type were used at 500 kc/s and at 700 kc/s. The operation of quartz crystals below about 250 kc/s presents some difficulties because of the increased electrical input impedance of the crystals, and also because of the large diameter required to prevent excessive divergence from a parallel beam of sound. To avoid these difficulties condenser transducers [10] were constructed. These transducers consisted essentially of a polished metal plate over which was stretched a sheet of aluminised "Melinex" 25 microns thick, with the conducting surface away from the metal backing plate. The alternating driving potential, together with a D.C. polarising voltage, was applied between the metal plate and the conducting surface of the "Melinex"; this latter surface being earthed. The transducer constructed in this way was aperiodic and could be operated satisfactorily over a wide frequency range (at least to 300 kc/s); the actual frequencies used were 125 kc/s, 150 kc/s, 175 kc/s, and 225 kc/s.

The transducers were set facing each other with their front faces parallel and the distance between them could be adjusted from less than 1 mm to 6 cm.

The transducers were mounted in a vacuum-tight chamber placed in a constant temperature water-bath maintained within  $\pm\,0.05^{\circ}\,\text{C}$  of the required temperature by an electric heater and a "Sunvic" thermostat.

The transmitting transducer was driven by a modulated radio-frequency power amplifier giving 100 µs pulses of rectangular modulation envelope at a pulse repetition frequency of about 100 c/s. The radio-frequency drive for the power amplifier was derived from a continuously running stable oscillator, the frequency of which was monitored by a counter-type frequency meter.

The received pulse was displayed on a cathode ray oscilloscope with an accurately calibrated shift control for the measurement of the received pulse amplitude. The absorption coefficient was determined by measuring the received pulse amplitude as a function of distance between the receiver and the transmitter. (See ref. [9] for the precautions needed to avoid errors due to diffraction effects etc.)

Velocity was determined from the linear displacement of the receiver when the pathlength increased by an integral number of wavelengths; the necessary phase comparison between received and transmitted signals being made through Lissajous figures on a cathode ray oscilloscope.

#### 3. Gas supply

"Medical Grade" Nitrous Oxide was supplied by British Oxygen Gases Ltd. The upper limits of impurity were stated to be water vapour 50 ppm and carbon dioxide 20 ppm (both by weight). Experiments with a mixture of nitrous oxide and about 1% carbon dioxide showed no detectable shift in the relaxation peak as compared with the purer gas and confirmed that the very much smaller quantity present as impurity should not measurably affect the results. It has been found [5] that water vapour has a large effect on the relaxation time in nitrous oxide and for this reason precautions were taken to ensure that the gas was adequately dried before use. Magnesium perchlorate was used as a drying agent in the gas lines and also in a tray within the chamber.

#### 4. Theory

It is possible, in the case of nitrous oxide, to calculate the velocity and the absorption coefficient. The details of these calculations are given in the next two sections.

#### 4.1. Velocity

To calculate the velocity of sound in a gas as a function of pressure at constant temperature, it is necessary to know how the isothermal compressibility and the specific heats vary with pressure. If these were available throughout the required range then the velocity could be calculated immediately. In the case of nitrous oxide this is not so and instead an equation of state has to be used to calculate the compressibility and to extrapolate the specific heats from zero pressure to the required pressure range. In the present experiment the pressure range is from 0 to 2 atm, which is well away from the critical region, and the van der Waals equation of state may be used, with constants determined from critical data. (In this experiment the correction to the velocity is never greater than 1%.) For this equation of state the specific heat at constant volume,  $C_v$ , the specific heat at constant pressure,  $C_v$ , and the isothermal compressibility can be calculated as function of pressure, between 0 and 2 atm, from well-known thermodynamic equations with sufficient accuracy for the present investigation. RICHARDS [11] has derived equations for the velocity of sound in a dispersive region for an ideal and a van der Waals gas, assuming a single relaxation mechanism. If it is further assumed that binary collisions alone are responsible for the transfer of vibrational energy, then the relaxation time τ may be written  $\tau = K/p$ , where K is a constant independent of pressure and p is the pressure. RICHARDS' equations for the velocity then become

$$V^{2}_{\text{ideal}} = \frac{RT}{M} \left\{ 1 + \frac{R[C_{v0} + 4\pi^{2}(f/p)^{2}K^{2}C_{v\infty}]}{[C_{v0}^{2} + 4\pi^{2}(f/p)^{2}K^{2}C_{v\infty}^{2}]} \right\},$$
(1)

$$\begin{split} V^2_{\text{van der Waals}} &= \frac{R\,T + p\,(b - 2\,a/R\,T)}{M - \varrho\,b} + \\ &+ \frac{R\,[C_{v0} + 4\,\pi^2\,(f/p)\,^2K^2\,C_{v\infty}]}{[C_{v0}^2 + 4\,\pi^2\,(f/p)\,^2K_2\,C_{v\infty}^2]} - \frac{R\,T}{M - 2\,\varrho\,b} \;, \quad (2 \end{split}$$

where T is the absolute temperature (°K), M the gram molecular weight, R the gas constant for 1 gm mol (joules),  $\omega$  angular frequency of sound =  $2\pi f$ , f sound frequency (Mc/s),  $\tau$  relaxation time (s), a, b van der Waals' constants,  $\varrho$  gas density (g/cc), p gas pressure (atm),  $C_{v0}$  specific heat constant volume 1 gm mol ( $\omega \tau \ll 1$ ) (joules),  $C_{v\infty}$  specific heat constant volume 1 mg mol ( $\omega \tau \gg 1$ ) (joules),  $C_{p0}$  specific heat constant pressure 1 gm mol ( $\omega \tau \gg 1$ ) (joules),  $C_{p\infty}$  specific heat constant pressure 1 gm mol ( $\omega \tau \gg 1$ ) (joules), and  $C_i$  contribution to the specific heat from the vibrational modes (joules) [12]:

$$C_{v0} = C_{v\infty} + C_i$$
,  $C_{p0} = C_{p\infty} + C_i$ ,  $C_p = C_v + R$ .

The ratio  $\frac{V^2_{\rm ideal}}{V^2_{\rm vdW}}=W$  may be calculated throughout the pressure and frequency range covered using an approximate value of K determined by inspection from the measured velocities. The measured velocities can then be idealised by multiplying by W. These idealised velocities should lie on the curve given by eq. (1), if the assumption about binary collisions is justified.

The constant K can be determined from the equation

$$4\pi^{2}(f/p)_{i}^{2}K^{2} = \frac{C_{v0}^{2}}{C_{v0}^{2}},$$
 (3)

where  $(f/p)_i$  is the value of f/p at the point of inflection of equation (1).

#### 4.2. Absorption

Assuming as before a single relaxation process and binary collisions being responsible for the transfer of vibrational energy, the absorption may be written [13]

$$\alpha_{\lambda \text{ relaxation}} = \alpha_{\lambda \text{ max}} \frac{2 \left( f/p \right) / \left( f/p \right)_{\text{m}}}{1 + \left[ \left( f/p \right) / \left( f/p \right)_{\text{m}} \right]^{2}}, \tag{4}$$

where  $\alpha_{\lambda \text{ relaxation}}$  is the absorption coefficient in nepers/wavelength,  $\alpha_{\lambda \text{ max}}$  is the peak absorption,  $(f/p)_m$  is the value of f/p, when  $\alpha_{\lambda} = \alpha_{\lambda \text{ max}}$ 

and 
$$\alpha_{l \max} = \frac{\pi R C_i}{2 (C_{v0} C_{v\infty} C_{v0} C_{v\infty})^{1/i}}.$$
 (5)

Using the spectroscopically calculated values of the specific heats

al max = 0.1476 nepers/wavelength.

The constant K can be found from the equation

$$4 \pi^2 (f/p)_{m}^2 K^2 = \frac{C_{p0} C_{v0}}{C_{p\infty} C_{v\infty}}.$$
 (6)

The first order approximation to the visco-thermal absorption [14] is given by

$$\label{eq:alphabeta} \alpha_{\text{$\lambda$ visco-thermal}} = \, \frac{8\,\pi^2}{3} \, \frac{f}{p} \, \frac{1}{\gamma} \left( \mu + \, \frac{3}{4} \, \frac{\gamma - 1}{c_p} \, \chi \right),$$

where  $\gamma$  is  $C_{p0}/C_{v0}$ ,  $c_p$  ist  $C_{p0}/M$  (joules/g),  $\mu$  is coefficient of shear viscosity (poise), and  $\chi$  is coefficient of thermal conductivity (joules/cm s deg C).

Using the values of  $\mu$  und  $\chi$  available [15], [16], [17], [18], [19], [20], [21] and [22]

 $\alpha_{\lambda \text{ visco-thermal}} = 0.003924$ ,  $f/p = \alpha_{\lambda \text{ v-t}}$ .

#### 5. Results

The results are presented in graphical form. Figure 1 shows  $\alpha_{\lambda \, \text{measured}}$  as a function of  $\log f/p$  and also the calculated visco-thermal curve at the higher f/p ratios.

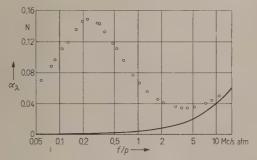


Fig. 1. Nitrous oxide 25.0 °C: Measured absorption and calculated visco-thermal absorption both as a function of frequency to pressure ratio. As an aid to clarity every fifth measured point only is shown.

O  $\alpha_{\lambda \text{ measured}}$ ,  $\alpha_{\lambda \text{ v-t}}$  calculated.

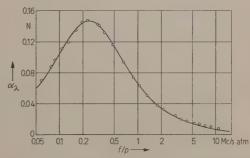


Fig. 2. Nitrous oxide 25.0 °C: Calculated relaxation absorption and difference between measured absorption and calculated visco-thermal absorption, both as a function of frequency to pressure ratio. As an aid to clarity every fifth measured point only is shown.

O  $\alpha_{\lambda \text{ measured}} - \alpha_{\lambda \text{ v-t}}$  calculated,  $\alpha_{\lambda \text{ relaxation calculated}}$ .

Fig. 2 shows a plot of  $\alpha_{\lambda \text{ measured}} - \alpha_{\lambda \text{ v-t calculated}}$  vs.  $\log f/p$ , and the solid line represents a theoretical

relaxation curve with  $\alpha_{\lambda \max}$  and  $(f/p)_{m}$  chosen to give the best fit with these points. It is seen that the points lie within 2% of this calculated curve in the region where the relaxation contribution to the absorption is much greater than the visco-thermal absorption. The accuracy of the absorption measurements in this region (i. e. up to 2 Mc/s atm) is estimated at about 2%. In the region where  $\alpha_{\lambda v-t}$  and al relaxation are of the same order the points lie consistently above the calculated curve, the excess being about 15% of the visco-thermal absorption. The calculated visco-thermal absorption is probably correct to about 3% and the experimental accuracy is about 5%, hence the deviation from the calculated relaxation is approximately twice the maximum error. This deviation is considered to be a genuine effect and not an experimental error.

The values of  $(f/p)_m$  and  $\alpha_{2\max}$  used to calculate the best fit relaxation curve were

$$(f/p)_{\rm m} = 237 {\rm \ kc/s}$$
 atm

and

 $\alpha_{\lambda \max} = 0.147 \text{ nepers/wavelength}$ .

This latter value is in excellent agreement with the value of 0.1476 calculated from spectroscopic data. Using  $(f/p)_{\rm m} = 237~{\rm ke/s}$  atm and eq. (10), K is found to be 0.94  $\mu s$  at 1 atm.

Figure 3 shows the theoretical dispersion curve using the calculated specific heats and  $(f/p)_i$  chosen to give the best fit with the idealised velocities. The points fall on the line over most of the range. At the

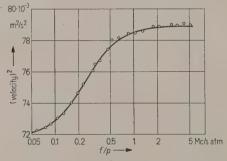


Fig. 3. Nitrous oxide 25.0 °C: Idealized measured velocities and calculated dispersion curve both as a function of frequency to pressure ratio. As an aid to clarity every fifth measured point only is shown.

O (idealized measured velocity)<sup>2</sup>, ——— (calculated velocity)<sup>2</sup>.

higher f/p values the experimental errors are greater because fewer wavelengths could be measured. The value of  $(f/p)_i$  used was 240 kc/s atm and from this by substitution in eq.(9), K was found to be 0.97  $\mu$ s at 1 atm. This agrees well with that determined from the absorption measurements and the average value of K is 0.96  $\mu$ s at 1 atm.

#### 6. Conclusions

The conclusions to be drawn from this experiment are as follows. The excess absorption over the visco-thermal absorption, and the velocity dispersion, may be adequately described within the limits of experimental error by the hypothesis of a single relaxation mechanism for the exchange of energy between the vibrational and the external degrees of freedom. It is not possible to decide the actual mechanism involved in this transfer. Either all the vibrational modes exchange energy with the external degrees independently but with the same relaxation time (which is perhaps unlikely) or one vibrational mode exchanges energy with the external degrees while the other two vibrational modes adjust themselves to equilibrium with the first vibrational mode with negligible time delay, there being one relaxation time for the process [24]. Certain combinations of these mechanisms may be possible. The average relaxation time is 0.96 µs. The absorption and the idealised velocity depend only on f/p and therefore binary collisions alone are responsible for the vibrational energy transfer, and the relaxation time in the region of this experiment is inversely proportional to the pressure. The measured values of dispersion and almax confirm the spectroscopic value of  $C_i$ .

The approximation that

 $\alpha_{\lambda \text{ measured}} = \alpha_{\lambda \text{ relaxation}} + \alpha_{\lambda \text{ v-t}}$ 

is a good one provided that  $\alpha_{\lambda \, {\rm relaxation}} \gg \alpha_{\lambda \, \nu - t}$  but in the region where they are of the same order there is evidence of a slight additional absorption so that

$$\alpha_{\lambda}$$
 measured  $> \alpha_{\lambda}$  relaxation  $+ \alpha_{\lambda}$  v.t.

There are two possible explanations for this extra absorption; firstly the complete solution of the equations for the propagation of sound in a polyatomic gas yields additional terms for the absorption coefficient besides those for relaxation and viscothermal effects. Meixner [23] has derived the propagation equations but these involve coefficients for which numerical values are not yet available. Secondly, there is the possibility of relaxation of the rotational degrees of freedom at some high f/pratio. If it is assumed that the whole of the rotational contribution to the specific heat relaxes out with a single relaxation time, then this relaxation time can be calculated from the excess absorption and is found to be 1.9 · 10<sup>-10</sup> s at one atmosphere pressure; this corresponds to a molecule making on the average 1.7 collisions in reaching equilibrium. It should be noted that in calculating the rotational relaxation time the visco-thermal absorption at f/pratios above the vibrational relaxation peak has been calculated using a formula and physical constants which are valid below the peak. There is no experimental or theoretical justification for this procedure and the results must be regarded with caution.

It is in principle possible to decide between the alternative explanations of additional terms in the exact solution of the propagation equations, and rotational relaxation, by absorption measurements at higher f/p ratios than those reached in this experiment.

#### Acknowledgement

One of the authors (R. Holmes) wishes to acknowledge the help afforded to him in this work by a D.S.I.R. maintenance award.

(Received 4th November, 1959.)

#### References

- [1] Eucken, A. and Jaaks, H., Z. Phys. Chem. (B) 30 [1935], 85.
- Buschmann, K. F. and Schäfer, K., Z. Phys. Chem. (B) 50 [1941], 73.
- WALKER, R. A., Rossing, T. D. and Legvold, S., N.A.C.A., Tech. Note 3210, 1954. [4] FRICKE, E. F., J. acoust. Soc. Amer. 12 [1940],
- 245.
- [5] Wight, H. M., J. acoust. Soc. Amer. 28 [1956], 459.
- [6] Griffith, W., J. appl. Phys. 21 [1950], 1319.

- [7] KANTROWITZ, A., J. Chem. Phys. 10 [1945], 145.
- [8] JACOX, M. E. and BAUER, S. H., J. Phys. Chem. 61 [1957], 833.
- [9] PARBROOK, H. D. and TEMPEST, W., Acustica 7 [1957], 354.
- [10] MEYER, E. and SESSLER, G., Z. Phys. 149 [1957], 15.
- [11] RICHARDS, W. T. and REID, J. A., J. Chem. Phys. **2** [1934], 193.
- [12] Meke, R., Z. Phys. Chem. (B) 16 [1932], 409.
- [13] Vigoureux, P., Ultrasonics. Chapman and Hall, London 1950.
- [14] TRUESDELL, C., J. Rat. Mech. and Analysis 2 [1953], 643.
- [15] International Critical Tables. McGraw Hill Book Co., New York 1929.
- [16] KAYE, G. W. C. and LABY, T. H., Physical and chemical constants; 11th Ed. Longmans Green, London 1956.
- [17] JOHNSTON, H. L. and McCloskey, K. E., J. Phys. Chem. 44 [1940], 1038.
- [18] TRAUTZ, M. and KURZ, F., Ann. Phys. Lpz. 9 [1931], 981.
- [19] DICKINS, B. G., Proc. Roy. Soc. A. 143 [1934], 517.
- [20] KANNULUIK, W. G. and MARTIN, L. H., Proc. Roy.
- Soc. A. 144 [1934], 496. [21] KANNULUIK, W. G. and Donald, H. B., Austral. J. Sci. Res. A 3 [1950], 417.
- [22] Handbook of chemical and physical constants, 37th Ed. Chemical Rubber Publishing Co., Ohio 1955.
- [23] Meixner, J., Acustica 2 [1952], 101.
- [24] Rossini, F. D., Thermodynamics and Physics of Matter; Section H., Oxford 1955.

#### Berichtigung

In der Arbeit H. Böhme u. a.: Schwingungen des isotropen Kreiszylinders, Vol. 10 [1960], S. 67, müssen in Tabelle II auf Seite 70 (y-Werte für den Zylinder) die ersten beiden Spalten richtig lauten:

	p = 1		
$\sigma = 0.2$		$\sigma = 0.4$	
3,294	1	5,519	
2,698		2,937	
2,344		2,351	
3,595		3,632	
4,675	1	4,755	
5,688		5,812	
0		0	

#### DER ZUSAMMENHANG ZWISCHEN DER GULDBERGSCHEN REGEL UND DEM TEMPERATURVERLAUF DER SCHALLGESCHWINDIGKEIT IN FLUSSIGKEITEN

von W. Schaaffs

Institut für Technische Akustik der Technischen Universität Berlin-Charlottenburg

#### Zusammenfassung

Die Schallgeschwindigkeit nimmt in den meisten Flüssigkeiten und Schmelzen linear mit der Temperatur ab. Mit Hilfe der Arbeitshypothese, daß die geradlinige Extrapolation über den Siedepunkt hinaus die parabelförmige Kurve der Gasphase bei einem Punkte schneidet, dessen Abszisse die Kritische Temperatur darstellt, wird eine Formel abgeleitet, wonach der Temperaturkoeffizient der Schallgeschwindigkeit in der Flüssigkeit proportional ist der Schallgeschwindigkeit am Siedepunkt und umgekehrt proportional der absoluten Siedetemperatur. Der Proportionalitätsfaktor wird für organische Flüssigkeiten, verflüssigte Gase, Metallschmelzen und geschmolzene Alkalisalze berechnet. Er hängt mit dem Quotienten der Guldbergschen Regel eng zusammen.

#### Summary

The velocity of sound decreases in direct proportion to temperature in most liquids and melts. With the help of the work hypothesis, that a linear extrapolation above the boiling point strikes the parabolic curve of the gas phase at a point corresponding to the critical temperature, a formula is deduced according to which the temperature-coefficient of the velocity in the liquid is proportional to that at the boiling point and inversely as the absolute value of the boiling temperature. The factor of proportionality is calculated for organic liquids, condensed gases, molten metals and alkali salts. The factor is closely related to the quotient of the Guldberg rule.

#### Sommaire

Pour la plupart des liquides et corps fondus, la vitesse du son décroît linéairement en fonction de la température. En faisant l'hypothèse de travail que cette extrapolation linéaire prolongée au-dessus du point de fusion coupe la courbe parabolique de la phase gazeuse en un point dont l'abscisse correspond à la température critique, on a déduit une formule qui montre que le coefficient de température de la vitesse de propagation dans le liquide est proportionnel à la vitesse du son au point d'ébullition et inversement proportionnel à la température absolue d'ébullition. On a calculé ce rapport de proportionnalité pour des liquides organiques, des gaz liquéhés, des métaux fondus et des sels alcalins fondus. Ce rapport correspond bien avec les rapports donnés par la loi de Guldberg.

#### 1. Einleitung.

#### Die Regeln von Pictet-Trouton und Guldberg

In der Thermodynamik gibt es einige Regeln, die aus dem Theorem der übereinstimmenden Zustände abgeleitet oder mit ihm in Zusammenhang gebracht werden. Die Pictet-Troutonsche Regel und die Guldbergsche Regel gehören zu ihnen. Die erste sagt aus, daß die Entropie S beim Verdampfen eines Moles einer Flüssigkeit unter Atmosphärendruck durch die Verdampfungswärme  $Q_{\rm si}$  bei der Siedetemperatur  $T_{\rm si}$  um einen konstanten Betrag

$$\Delta S = Q_{\rm si}/T_{\rm si} \approx 21 \text{ cal/grad} \cdot \text{Mol} \tag{1}$$

zunimmt. Die zweitgenannte Regel sagt aus, daß das Verhältnis zwischen der absoluten Kritischen Temperatur  $T_{\rm kr}$  und der absoluten Siedetemperatur  $T_{\rm si}$ 

eine Konstante vom Werte

$$T_{\rm kr}/T_{\rm si} = G = 1.5$$
 bis 1.7 (2)

sein soll. Beide Regeln lassen sich in einen inneren Zusammenhang mit den Schallgeschwindigkeiten in den flüssigen und gasförmigen Aggregatzuständen eines Stoffes bringen.

Die Schallgeschwindigkeit u ist mit dem Druck p, der Dichte  $\varrho$ , dem Molekulargewicht M, dem Molekulargewicht V und dem Verhältnis der spezifischen Wärmen  $v = C_p/C_v$  thermodynamisch verknüpft durch die Beziehung

$$u^{2} = \left(\frac{\partial p}{\partial \varrho}\right)_{S} = -\frac{V^{2}}{M} \left(\frac{C_{p}}{C_{v}}\right) \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{T}.$$
 (3)

Diese Schallgeschwindigkeit gehört zu den wesentlichen Größen der Molekularakustik und ist durch die Methoden des Ultraschalls leicht meßbar geworden.

W. Schaaffs hat vor einigen Jahren gezeigt [1], daß sich aus der Pictet-Troutonschen Regel, Gl. (1), der Satz ableiten läßt, daß am normalen Siedepunkt der Quotient aus der Schallgeschwindigkeit  $u_{\rm si}^{\rm fl}$  in der flüssigen Phase und aus der Schallgeschwindigkeit  $u_{\rm si}^{\rm g}$  in der gasförmigen Phase den Wert

$$u_{\rm si}^{\rm fl}/u_{\rm si}^{\rm g} = q \approx 5 \tag{4}$$

hat. In einer weiteren Arbeit [2] ergab sich, daß offenbar auch für den Schmelzpunkt ein ähnlicher Satz gilt, demzufolge das Verhältnis zwischen der Geschwindigkeit der Dehnungswellen im festen Stoff und der Geschwindigkeit der Longitudinalwellen in der Schmelze um den Wert eins herum liegt.

In der vorliegenden Abhandlung soll nun gezeigt werden, daß auch die Guldbergsche Regel, Gl. (2), für die Molekularakustik von Bedeutung ist und daß sie für den Temperaturkoeffizienten der Schallgeschwindigkeit in der flüssigen Phase eines Stoffes wesentlich ist.

### 2. Eine Arbeitshypothese über die Schallgeschwindigkeit am Kritischen Punkt

Wir betrachten die Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit eines Stoffes unter Atmosphärendruck in seiner flüssigen und gasförmigen Phase (Bild 1). Wenn wir von dem Bereich unmittelbar oberhalb des absoluten Nullpunktes absehen, wo wir mit Entartungszuständen zu rechnen haben, so

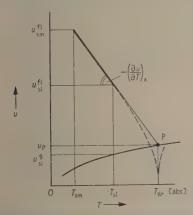


Bild 1. Schema für die Ableitung der Regel $\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{a} = K_{si} \frac{u_{si}^{f1}}{T_{ci}}.$ 

nimmt die Schallgeschwindigkeit im Gas einen parabelähnlichen Verlauf, der durch die weiter unten genannte Gl. (9) beschrieben wird. In der Flüssigkeit zwischen Schmelztemperatur  $T_{\rm sm}$  und Siede-

temperatur  $T_{\rm si}$  fällt die Schallgeschwindigkeit meist linear mit der Temperatur ab. Dieser lineare Verlauf ist bei einer großen Anzahl recht verschiedenartiger Stoffe, zum Beispiel organischer Flüssigkeiten, verflüssigter Gase und Salzschmelzen, nachgewiesen worden.

Wenn man die Flüssigkeitskurve über die Siedetemperatur T<sub>si</sub> hinaus linear extrapoliert, so gelangt man zu dem Schnittpunkt P mit der Gaskurve. Dieser geometrisch einfach zu konstruierende Punkt ist aber für beide Aggregatzustände zugleich physikalisch nicht realisierbar. Eine Schallgeschwindigkeit läßt sich nämlich oberhalb der Siedetemperatur in einer Flüssigkeit nur messen, wenn durch erhöhten Druck die Existenz des flüssigen Zustandes gewährleistet wird. Auf diese Weise läßt sich die Flüssigkeitskurve bis zur Erreichung des Kritischen Drukkes bei der Kritischen Temperatur Tkr in physikalischer Weise verlängern. Oberhalb der Kritischen Temperatur ist aber die Aufrechterhaltung des flüssigen Zustandes nicht mehr möglich; hier gibt es nur noch die Schallgeschwindigkeit in einem Gas. Der Kritische Zustand reiner Stoffe bezüglich Temperatur und Druck ist der, bei dem die beiden Phasen sich so angleichen, daß sie nicht mehr koexistieren können. Als Bedingung dafür gilt bekanntlich

$$(\partial p/\partial V)_T = 0$$
.

Man könnte also auf Grund der Gl. (3) damit rechnen, daß im Bild 1 die gestrichelte Kurve für  $T \to T_{\rm kr}$  auf den Wert u=0 zusteuert, wenn das Verhältnis  $C_v/C_v$  endlich bleibt. Aus der bekannten Formel für die Differenz der Molwärmen

$$C_{p} - C_{v} = -T \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{v}^{2} / \left( \frac{\partial p}{\partial V} \right)_{T}$$

folgt aber, daß für  $T \rightarrow T_{\rm kr}$  die Differenz  $(C_p - C_v) \rightarrow \infty$  geht. Das kann nun heißen, daß  $C_p$  nur um einen Faktor stärker als  $C_v$  gegen unendlich geht, mithin das Verhältnis der spezifischen Wärmen noch endlich bleibt und die Schallgeschwindigkeit nach Gl. (3) Null wird. Es kann aber auch heißen, daß nur  $C_p \rightarrow \infty$  geht und in Gl. (3)  $u^2$  ein unbestimmter Ausdruck der Form  $\infty$  0 wird. Diese Unsicherheit zwingt zu einer vorsichtigen Formulierung: Es ist zu erwarten, daß die in der Figur gezeichnete gestrichelte Kurve für  $T \rightarrow T_{\rm kr}$  eine durch

$$u \to u_{\rm kr} = \min \to 0$$
 (5)

zu beschreibende Entwicklungstendenz zeigt.

Für einige Stoffe sind Experimentaluntersuchungen über das Verhalten der Schallgeschwindigkeit am Kritischen Punkt durchgeführt worden. Sie bestätigen die durch Gl. (5) angezeigte Tendenz. In Tabelle I wurde daher die Schallgeschwindigkeit  $u_{\rm kr}$  bei der Kritischen Temperatur  $T_{\rm kr}$  und dem Kritischen Temperatur

schen Druck  $p_{kr}$  mit der Schallgeschwindigkeit  $u_P$  im Punkte P bei Atmosphärendruck verglichen. Für die Berechnung von  $u_P$  wurde mangels experimenteller Daten die Anwendung der idealen Gasgleichung

$$u_{\rm P} \approx \sqrt{\varkappa \frac{R T_{\rm kr}}{M}}$$

für ausreichend angesehen. Das Ergebnis des Vergleichs ist im Sinne der Gl. (5):

$$u_{\rm P} \gg u_{\rm kr}$$
 (6)

Tabelle I. Beispiele für Schallgeschwindigkeiten am Kritischen Punkt.

Stoff	×	$\frac{u_{\mathrm{p}}}{\mathrm{m/s}}$	$rac{T_{ m kr}}{^{\circ}{ m K}}$	$p_{ m kr}$ kp/cm	$\frac{u_{ m kr}}{ m m/s}$	Autor
${^{ ext{C}_2 ext{H}_4}_{ ext{C}_5 ext{H}_{12}}}\atop{^{ ext{CO}_2}}$	1,25	324	283	51	160	[3]
	1,07	241	470	33	100	[4]
	1,30	272	304	73	150	[3]
	1,67	175	290	60	93	[5]

Den vorstehenden Überlegungen haben wir die Arbeitshypothese von Bild 1 zugrunde gelegt, daß die geradlinige Extrapolation der Flüssigkeitskurve die parabelförmige Kurve der gasförmigen Phase bei einem Punkte P schneidet, dessen Abszisse die Kritische Temperatur  $T_{\rm kr}$  darstellen soll. Diese Annahme über den Punkt P ist nicht zwingend, doch scheint sie die einzige zu sein, die einen einfachen Zusammenhang zwischen den Schallgeschwindigkeiten und der Kritischen Temperatur und der Siedetemperatur zu formulieren gestattet. Für die Brauchbarkeit dieser Annahme spricht das Ergebnis der nachfolgenden Rechnung.

#### 3. Der Zusammenhang zwischen der Guldbergschen Regel und dem Temperaturkoeffizienten der Schallgeschwindigkeit

Nunmehr läßt sich aus Bild 1 folgender Zusammenhang ablesen:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{a} = -\frac{u_{si}^{fl} - u_{P}}{T_{tr} - T_{si}}.$$
 (7)

Führen wir in den Nenner den Quotienten G der Guldbergschen Regel, Gl. (2), ein, so erhalten wir die beiden Formeln

$$T_{\rm kr} - T_{\rm si} = T_{\rm si}(G - 1) = T_{\rm kr} \left( 1 - \frac{1}{G} \right).$$
 (8)

Die Schallgeschwindigkeit  $u_{\rm P}$  liegt auf der Gaskurve für Atmosphärendruck. Diese Kurve wird durch die Gleichung

$$u = \sqrt{\varkappa \frac{RT + 2Bp}{M}}$$
 (9)

mit dem zweiten Virialkoeffizienten B beschrieben. Auf der gleichen Kurve liegt auch die Schallgeschwindigkeit  $u_{\rm si}^{\rm g}$ . Da man annehmen darf, daß auf der Kurve für Atmosphärendruck  $p_{\rm a}$  die Werte von  $\varkappa$  und M bei der Siedetemperatur und der Kritischen Temperatur hinreichend ähnlich, wenn nicht überhaupt gleich sind, folgt für das Verhältnis von  $u_{\rm P}$  zu  $u_{\rm si}^{\rm g}$  der Ausdruck

$$\frac{u_{\rm P}}{u_{\rm si}^{\rm g}} = \sqrt{\frac{R T_{\rm kr} + 2 B_{\rm kr} p_{\rm a}}{R T_{\rm si} + 2 B_{\rm si} p_{\rm a}}} = \sqrt{\bar{G}}.$$
 (10)

In Gl. (7) wäre daher  $u_{\rm P} = \sqrt{\bar{G}} u_{\rm si}^{\rm g}$  zu substituieren. Mit der Sprungpunktsregel nach Gl. (4) ergibt sich

$$u_{\rm P} = \frac{1}{q} \sqrt{\tilde{G}} \ u_{\rm si}^{\rm fl} \ ; \tag{11}$$

durch Einsetzen von Gl. (8) und (11) in Gl. (7) erhalten wir die beiden Formeln

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\mathbf{a}} - \frac{u_{\mathrm{si}}^{\mathrm{fl}}}{T_{\mathrm{si}}} \left(\frac{1}{q} \sqrt[4]{\overline{G} - 1}\right), \qquad (12 \text{ a})$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{a} = -\frac{u_{si}^{fl}}{T_{kr}} \left(\frac{\frac{1}{q}\sqrt{G}-1}{1-(1/G)}\right), \qquad (12 \text{ b})$$

oder in vereinfachender Schreibweise

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\rm a} = K_{\rm si} \frac{u_{\rm si}^{\rm fl}}{T_{\rm si}},$$
 (13 a)

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\rm a} = K_{\rm kr} \frac{u_{\rm si}^{\rm fl}}{T_{\rm kr}}.$$
 (13 b)

Da in den meisten Fällen  $T_{\rm si}$  bekannt ist, aber  $T_{\rm kr}$  sehr oft nicht, können wir Gl. (13 b) aus der weiteren Diskussion fortlassen. Da der Quotient G der Guldbergschen Regel den Faktor  $K_{\rm si}$  maßgebend beeinflußt, stellt Gl. (13 a) die Formulierung des in dem Titel dieser Arbeit genannten Zusammenhanges dar.

#### 4. Experimentelle Prüfung der Regel

Die weitere Behandlung der durch Gl. (13 a) ausgesprochenen Regel möge durch Bestimmung des Faktors  $K_{\rm si}$  für verschiedene Stoffgruppen erfolgen.

#### 4.1. Organische Flüssigkeiten

Wir berechnen  $K_{\rm si}$  aus der Guldbergschen Regel. Nach Gl. (12 a) ist

$$K_{\rm si} = \frac{\frac{1}{q} \left( \overline{G} - 1 \right)}{G - 1} \,. \tag{14}$$

Für q setzen wir nach Gl. (4) und den Ausführungen in der Arbeit [1] den Wert 5 an. Wir wollen

Tabelle II.
Vergleich gemessener und berechneter Temperaturkoeffizienten in organischen Flüssigkeiten.

Flüssigkeit	chem. Formel	$T_{ m si}$	$u_{ m si}^{ m fl}$	$(\partial u/\partial T)_{ m a} = \ -1.34~u_{ m si}^{ m fl}/T_{ m si} \ ({ m berechnet})$	$(\partial u/\partial T)_a$ (gemessen)
	•	°K	m s	$\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}\cdot\mathrm{grad}}$	$rac{ extbf{m}}{ ext{s} \cdot  ext{grad}}$
Chloroform Tetrachlor-	CHCl <sub>3</sub>	334	865	-3,5	-3,3
kohlenstoff Äthylenchlorid n-Butylchlorid Äthyljodid Äthylalkohol tert. Butylalkohol* Äthyläther Aceton Acetonitril* Cyclohexan* Benzol* Thiophen*	$\begin{array}{c} {\rm CCl_4} \\ {\rm C_2H_4Cl_2} \\ {\rm C_4H_9Cl_2} \\ {\rm C_2H_5J} \\ {\rm C_2H_5OH} \\ ({\rm CH_3)_2COH} \\ ({\rm C_2H_5)O} \\ {\rm CO(CH_3)_2} \\ {\rm CH_3CN} \\ {\rm C_6H_{12}} \\ {\rm C_6H_{6}} \\ {\rm C_4H_6} \\ {\rm C_4H_4S} \\ \end{array}$	350 357 351 345 351 356 308 330 355 354 353 357	763 963 904 735 971 882 927 1031 1054 995 1051	$\begin{array}{c} -3.1 \\ -3.6 \\ -3.5 \\ -2.9 \\ -3.7 \\ -3.3 \\ -4.0 \\ -4.3 \\ -4.0 \\ -3.8 \\ -4.0 \\ -3.9 \end{array}$	$\begin{array}{c} -3,1 \\ -3,9 \\ -4,1 \\ -2,7 \\ -3,4 \\ -4,2 \\ -4,4 \\ -4,3 \\ -4,6 \\ -4,6 \\ -4,1 \end{array}$

annehmen, daß in Gl. (10) die beiden Virialkoeffizienten von der gleichen Größenordnung sind und mit dem Atmosphärendruck pa zusammen vernachlässigt werden können. Dann wäre  $\overline{G} = G$ . Die Berechtigung dieser Annahme fußt auf Untersuchungen von H. L. CALLENDAR [7] und anderen Forschern über den Temperaturverlauf des zweiten Virialkoeffizienten. Danach steigt der Virialkoeffizient mit der Temperatur von hohen negativen Werten aus steil an, um im Gebiet höherer Temperaturen bei einigen hundert Graden bei relativ niedrigen positiven Werten einer Sättigung zuzustreben. Experimentelle Untersuchungen von Holborn und Otto [8] zeigen sogar, daß er nach Durchlaufen eines flachen Maximums wieder abnimmt. Setzen wir weiter die Guldbergsche Regel, Gl. (2), mit dem für organische Flüssigkeiten üblichen Mittelwert G=1,56 an (siehe auch bei van Laar [6]), so ergibt sich

$$K_{\rm si} = \frac{\frac{1}{5} \sqrt{G} - 1}{G - 1} = -1.34$$
.

In der Tabelle II sind die mit diesem Wert von  $K_{\rm si}$  berechneten Temperaturkoeffizienten mit den gemessenen verglichen worden. Die Übereinstimmung ist für die Bestätigung der durch Gl. (13 a) ausgesprochenen Regel ausreichend und rechtfertigt die Gleichsetzung  $\overline{G}=G$ .

Der Berechnung der Temperaturkoeffizienten liegt die durch Bild 1 skizzierte Annahme einer in Richtung auf die Siedetemperatur  $T_{\rm si}$  hin linearen Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit von der Temperatur zugrunde. Um diese Annahme auch auf Grund eigener Untersuchungen zu stützen, wurden die Schallgeschwindigkeiten der in der Tabelle II mit

einem Stern versehenen Stoffe gemessen und vier von ihnen in Bild 2 dargestellt <sup>1</sup>. Die Schallgeschwindigkeiten und Temperaturkoeffizienten der übrigen Stoffe wurden aus den Messungen von Freyer, Hubbard und Andrews [9] sowie Lagemann, McMillan und Woolf [10] entnommen.

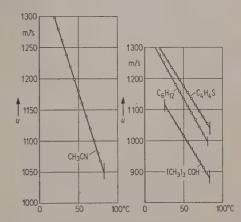


Bild 2. Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit in Acetonitril, Cyclohexan, Thiophen und tert. Butylalkohol. Die rechten Begrenzungsstriche geben die Siedetemperatur an.

#### 4.2. Verflüssigte tiefsiedende Gase

Auf Grund der Gleichung (13 a) ist zu erwarten, daß der Temperaturkoeffizient  $(\partial u/\partial T)_a$  bei Annäherung der Siedetemperatur an den absoluten Nullpunkt stark ansteigt. Für die Untersuchung bieten sich Wasserstoff und insbesondere Helium an. Nach Messungen von Findlax [11] ist zum Beispiel für Helium  $(\partial u/\partial T)_a = -45$  m/s·grad bei

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Die Messungen wurden von Dipl.-Ing. R. Kuhnkies mit einem Interferometer durchgeführt.

 $T_{\rm si}=4,3\,^{\circ}{\rm K}$ . Ihre Temperaturkoeffizienten sind zwar recht groß, doch sind die Ansätze, die von Gl. (7) zu Gl. (13 a) geführt haben, in der angegebenen Form nicht anwendbar, da hier weder der Sprungwert nach Gl. (4) noch der Wert der Guldbergschen Regel nach Gl. (2) gilt. Die Diskussion der Gleichung (7) für Wasserstoff und Helium soll daher einer gesonderten Abhandlung vorbehalten bleiben.

Zur Beurteilung der Regel nach Gl. (13 a) bei tieferen Siedetemperaturen standen die Meßdaten von Methan, Argon, Stickstoff und Sauerstoff zur Verfügung [12]. Der Zahlenwert der Guldbergschen Regel liegt bei diesen Stoffen um G=1.70herum. Der Schallgeschwindigkeitssprung q am Siedepunkt liegt nach [1] um den Wert fünf. Die Gleichsetzung  $\overline{G} = G$  ist nicht statthaft, vielmehr ist  $\overline{G} > G$ . Die Schallgeschwindigkeit ist bei diesen tiefsiedenden Gasen nach Maßgabe der Gleichung (10) nämlich sehr stark von den zweiten Virialkoeffizienten Bkr und Bsi abhängig. Beide sind sehr stark negativ und überdies ist  $|B_{\rm si}| > |B_{\rm kr}|$ . Näheres geht aus den Untersuchungen hervor, die Holborn und Отто [8] an Argon, Stickstoff, Sauerstoff und anderen Gasen angestellt haben. Als Mittelwert für tiefsiedende Gase im Bereich  $T_{
m si}{pprox}100\,{}^{\circ}{
m K}$  können wir  $K_{\rm si} = -0.8$  ansetzen.

In Tabelle III findet sich der Vergleich der mit diesem Faktor berechneten Temperaturkoeffizienten der Schallgeschwindigkeit mit den gemessenen. Die Regel ist trotz des geringen Zahlenmaterials hinreichend gut erfüllt.

Tabelle III.

Temperaturkoeffizienten der Schallgeschwindigkeit in verflüssigten Gasen.

Verflüssigtes Gas	$T_{ m si}$ $^{\circ}{ m K}$	u <sub>si</sub> m	$(\partial u/\partial T)_{ m a} = \ -0.8  u_{ m si}^{ m fl}/T_{ m si} \ ({ m berechnet}) \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \$	$(\frac{\partial u}{\partial T})_{a}$ (gemessen) $\underline{m}$ s · grad
$\begin{array}{ccc} \textbf{Methan} & \textbf{CH_4} \\ \textbf{Argon} & \textbf{Ar} \\ \textbf{Stickstoff} & \textbf{N_2} \\ \textbf{Sauerstoff} & \textbf{O_2} \end{array}$	. 108	1414	-10,5	-8,0
	87	837	- 7,7	-8,7
	78	848	- 8,7	-9,0
	90	911	- 8,1	-8,3

#### 4.3. Quecksilber

Die Regel nach Gl. (13 a) läßt erwarten, daß Stoffe mit hoher Siedetemperatur nur kleine Temperaturkoeffizienten der Schallgeschwindigkeit haben. Bei metallischen Schmelzen wird man die Regel prüfen können. Das bei Zimmertemperatur flüssige Quecksilber bietet sich von selbst an.

Für die Berechnung des Faktors  $K_{\rm si}$  setzen wir wieder Gl. (14) mit der Annahme  $\overline{G}=G$  an. Diese Annahme ist berechtigt, weil Quecksilber für Unter-

suchungen des kritischen Zustandes, der ja in das durch Bild I skizzierte Problem wesentlich eingeht, eine verhältnismäßig ideale Substanz ist. (Es besitzt kleine, praktisch konstante Virialkoeffizienten.) Für den Schallgeschwindigkeitssprung q haben wir früher den Wert 6,2 gefunden [1], also etwas höher als 5. Der Unterschied beeinflußt aber kaum die Berechnung von  $K_{\rm si}$ . Der Quotient G ist bei Quecksilber ungewöhnlich hoch, nämlich G=2,8. Einsetzen der Werte in Gl. (14) ergibt

$$K_{\rm si} = -0.31$$
.

Für den Temperaturkoeffizienten folgt

$$\left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_{\rm a}^{\rm a} = -0.31 \cdot \frac{u_{\rm si}^{\rm fl}}{T_{\rm si}} = -\frac{0.31 \cdot 1296}{630} =$$

$$= -0.64 \frac{\rm m}{\rm s \cdot grad} .$$

Die Regel gibt für diesen hochsiedenden Stoff in der Tat einen kleinen Temperaturkoeffizienten. Eine vollständig durchgemessene Kurve der Schallgeschwindigkeit in Quecksilber zwischen Schmelzpunkt und Siedepunkt ist dem Verfasser nicht bekannt. Aus Messungen von Freyer und Mitarbeitern [9] folgt ein Temperaturkoeffizient von  $-0.46 \, \text{m/s} \cdot \text{grad}$ ; aus Messungen von Kleppa [13] folgt  $-0.7 \, \text{m/s} \cdot \text{grad}$ . Der berechnete Wert liegt also zwischen den gemessenen, doch bleibt zu beachten, daß noch keine Messungen vorliegen, die bis in die Nähe des Siedepunktes führen.

#### 4.4. Metallische Schmelzen

Die naheliegende Vermutung, daß auch für Schmelzen reiner Metalle, deren Siedetemperaturen in der Größenordnung derjenigen des Quecksilbers liegen, der gleiche Faktor  $K_{\rm si} = -0.31$  gilt, ist dadurch sehr unsicher, daß dieser Wert aus dem anomal hohen Wert G = 2.8 für Quecksilber berechnet ist. Für einige Metalle, nämlich Cäsium, Rubidium, Kalium und Natrium, deren Siedetemperaturen um 1000 °K liegen, wissen wir, daß  $G \approx 1.7$  ist. Für andere Metalle ist G nicht bekannt; über q und über den Molekularzustand des Metalldampfes scheinen sich keine sicheren Angaben machen zu lassen. Trotzdem kann Ksi mit einer zunächst hinreichenden Genauigkeit für einige Metalle abgeschätzt werden. Der Abschätzung liegt die Annahme zugrunde, daß der Temperaturkoeffizient der Schallgeschwindigkeit im ganzen Gebiet zwischen Schmelzpunkt und Siedepunkt konstant sei. Dann ist nach Bild 1

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\rm a} = -\frac{u_{
m sm}^{
m fl} - u_{
m si}^{
m fl}}{T_{
m si} - T_{
m sm}},$$

wenn  $u_{\text{sm}}^{\text{fl}}$  die Schallgeschwindigkeit der Schmelze am Schmelzpunkt  $T_{\text{sm}}$  bedeutet. Daraus folgt

am Schmelzpunkt 
$$T_{\rm sm}$$
 bedeutet. Daraus folgt  $u_{\rm si}^{\rm fl} = u_{\rm sm}^{\rm fl} + \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\rm s} \left(T_{\rm si} - T_{\rm sm}\right).$ 

Tabelle IV.						
Abschätzung	der	Faktoren	$K_{\rm si}$	für	einige	Metalle.

	$T_{ m sm}$	$ T_{ m si}$	$u_{ m sm}^{ m fl}$	$(\partial u/\partial T)_{a}$	$\Delta T$		$K_{ m si}$
Metall	°K	°K	m	$\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s} \cdot \mathbf{grad}}$	°K	(nach 6	H. (15) berechnet)
Cs	302	981	967	-0,3	101	-0,38	1
Rb	312	986	1 260	-0.4	121	-0,40	1
K-	335	1035	1820	-0.5	96	-0,35	Mittelwert: -0.31
Cd	594	1040	2 200	-0.5	39	-0.26	
Na	371	1 156	2395	-0,3	137	-0.16	}
Bi	545	1833	1635	-0.5	94	-0.92	)
In	429	2300	2215	-0,5	104	-0.80	Mittelwert: -0,89
Pb	600	2 0 2 3	1790	-0,5	53	-0.94	

Durch Einsetzen von u in Gl. (13 a) folgt

$$K_{\rm si} = \frac{T_{\rm si} \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\rm a}}{u_{\rm sm}^{\rm fl} + \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\rm a} (T_{\rm si} - T_{\rm sm})}.$$
 (15)

KLEPPA [13] hat nun für einige Metalle die Schallgeschwindigkeiten  $u_{\rm sm}^{\rm fl}$  und die Temperaturkoeffizienten  $(\partial u/\partial T)_a$  bei Atmosphärendruck mit der Impuls-Echo-Methode bestimmt. Da er aber nur in einem Temperaturbereich  $\Delta T$  unmittelbar oberhalb der Schmelztemperatur  $T_{\rm sm}$  gemessen hat, können seine Werte von  $(\partial u/\partial T)_a$  keine Gültigkeit für den ganzen Temperaturbereich bis  $T_{\rm si}$  beanspruchen. Daher sind die nach Gl. (15) berechneten Werte von  $K_{\rm si}$  für Metalle nur als Abschätzungen zu bewerten.

Es ist unverkennbar, daß die ersten fünf Metalle, deren Siedetemperaturen sich nicht allzuweit von der des Quecksilbers entfernen, tatsächlich  $K_{si}$ -Werte in der Nähe von -0,31 haben. Daß ihr Mittelwert genau diesen Betrag ergibt, ist reiner Zufall. Andererseits aber liegt der Wert von Ksi für Metalle, deren Siedepunkte noch um etwa 1000 Grad höher sind, offenbar wesentlich höher um -0.9 herum. Es könnte das aber auch eine Täuschung sein, weil der Bereich  $\Delta T$  im Verhältnis zu  $T_{\rm si} - T_{\rm sm}$  viel zu klein ist und eine Konstanz von  $(\partial u/\partial T)_a$  vielleicht erst später bei einem wesentlich kleineren Wert als -0,5 m/s · grad eintritt. Klarheit läßt sich nur durch exakte Messungen an den Schmelzen bis in die Gegend der Siedetemperatur gewinnen. Solche Messungen sind mit Unterstützung der Deutschen Forschungsgemeinschaft in Vorbereitung.

#### 4.5. Geschmolzene Alkalisalze

In jüngster Zeit wurde von Bockris und Richards [14] eine Untersuchung über die Zustandsgleichung geschmolzener Salze auf Grund von Schallgeschwindigkeitsmessungen angestellt. Die Messungen sind für die vorliegende Arbeit verwendbar, soweit sie über einen hinreichend großen Temperaturbereich  $\Delta T$  geführt und die Siedetemperaturen bekannt sind.

Es ist sehr wichtig, daß für sämtliche Salze ein linearer Zusammenhang zwischen Schallgeschwindigkeit und Temperatur gefunden wurde. Bockris und Richards stellten in der ersten Tabelle ihrer Arbeit die empirischen Daten zusammen. In der Schreibweise der vorliegenden Arbeit wurde für die Schallgeschwindigkeit  $u_T$  bei der absoluten Temperatur T gefunden

$$u_T = u_{273} + (\partial u/\partial T)_a (T - 273).$$
 (16)

Die Schallgeschwindigkeit  $u_{273}$ , also bei 0 °C, ist dabei eine reine Rechengröße.

Da keine experimentellen Unterlagen für G,  $\overline{G}$  und q vorhanden sind, kann  $K_{\rm si}$  nicht aus Gl. (14) berechnet werden. Daher wurde  $K_{\rm si}$  als Mittelwert aus den Messungen mit Hilfe von Gl. (13 a) bestimmt zu

$$K_{\rm si} = -1.2$$
.

Offenbar sind die Größen G,  $\overline{G}$  und q denen für organische Flüssigkeiten recht ähnlich, was aber a priori nicht zu erkennen ist. In Tabelle V sind alle Meßdaten und Berechnungsdaten zusammengestellt worden. Zur Erläuterung sei gesagt, daß die Meßbereiche  $\Delta T$  sehr nahe über der Schmelztemperatur  $T_{\rm sm}$  beginnen und nur ungefähr halb so groß wie die ganze Spanne bis zur Siedetemperatur sind. Es bleibt daher offen, ob bei Durchführung der Messungen bis zur Siedetemperatur die Übereinstimmung zwischen Messung und Rechnung nicht noch besser sein würde. Für die Bestätigung der Regel genügen aber einstweilen die Angaben von Tabelle V.

### 5. Zusammenstellung der Ergebnisse und Schlußfolgerung

In Tabelle VI sind die Ergebnisse der Auswertung der Regel

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_{\rm a} = K_{\rm si} \frac{u_{\rm sl}^{\rm fl}}{T_{\rm si}}$$

zusammengestellt. Wenn auch der komplizierte, durch Gl. (14) beschriebene Zusammenhang nicht er-

Tabelle V.

Messung und Berechnung der Temperaturkoeffizienten der Schallgeschwindigkeit in geschmolzenen Alkalisalzen.

	$T_{ m sm}$	$\Delta T$	$T_{ m si}$	$u_{ m sm}^{ m fl}$	$u_{ m si}^{ m fl}$	$(\partial u)$	$(\partial T)_{\mathrm{a}}$
Salz- schmelze	°K	°K	· °K	m	m	gemessen nach Gl. (16)	rad   berechnet   nach Gl. (13a)
LiCl NaCl KCl CsCl	879 1 073 1 041 918	390 200 235 350	1655 1713 1688 1573	2 044 1 753 1 602 1 162	1384 1163 1035 720	$     \begin{array}{r}       -0.85 \\       -0.91 \\       -0.88 \\       -0.67     \end{array} $	-1,00 $-0,82$ $-0,74$ $-0,55$
LiBr NaBr KBr CsBr	822 1 013 1 001 905	440 265 265 350_	1583 1668 1653 1573	1470 1328 1283 -1017	1012 913 847 584	$   \begin{array}{r}     -0,60 \\     -0,63 \\     -0,67 \\     -0,65   \end{array} $	$ \begin{array}{r} -0,77 \\ -0,65 \\ -0,62 \\ -0,45 \end{array} $
NaJ KJ	934 953	370 330	1 573 1 593	1144 1118	796 707	-0,54 $-0,64$	$ \begin{array}{c c} -0.61 \\ -0.53 \end{array} $

Tabelle VI. Zusammenstellung der Werte von  $(\partial u/\partial T)_a$  und  $K_{\rm si}$  .

	$T_{ m si} ext{-Bereich}$		$(\partial u/\partial T)_{ m a}$
Stoffgruppe	°K	$K_{ m si}$	$rac{ ext{m}}{ ext{s} \cdot  ext{grad}}$
Verflüssigte Gase Organische Flüssigkeit Alkali-Salzschmelzen Metallschmelzen	um 100° um 350° um 1600° um 1000°	$ \begin{array}{r} -0.8 \\ -1.34 \\ -1.2 \\ -0.3 \end{array} $	-8 bis -10 -3 bis -5 -0,6 bis -0,9 -0,3 bis -0,5

warten läßt, daß  $K_{\rm si}$  eine allgemein gültige Konstante ist, so bleibt doch die Aufgabe bestehen, durch Beibringung weiteren experimentellen Materials den Zusammenhang zwischen  $K_{\rm si}$  und der Konstitution der verschiedenen Stoffgruppen aufzuhellen und in der Formel zum Ausdruck zu bringen.

Der Deutschen Forschungsgemeinschaft, die diese Arbeit unterstützt und die Mittel zur Gewinnung vollständigerer Unterlagen über Metallschmelzen bereitgestellt hat, sei herzlich gedankt.

(Eingegangen am 13. Oktober 1959.)

#### Schrifttum

- [1] Schaaffs, W., Acustica 6 [1956], 382.
- [2] Schaaffs, W., Acustica 6 [1956], 387.
- [3] Herget, C., J. chem. Phys. 8 [1940], 537.
- [4] KLING, R., NICOLINI, E. und TRISSOT, J., Compt. Rend. Acad. Sci. Paris 234 [1952], 708.

- [5] CHYNOWETH, A. G. und Schneider, W. G., J. chem. Phys. 20 [1952], 1777.
- [6] VAN LAAR, J., Zustandsgleichung von Gasen und Flüssigkeiten, S. 181-188. L. Voss Verlag, Leipzig 1924.
- [7] Callendar, H. L., zitiert nach A. Eucken: Grundriß der Phys. Chemie, 6. Auflage, S. 45, 1944.
- [8] Holborn, L. und Otto, J., Z. Phys. 23 [1924], 77.
- [9] FREYER, E. B., HUBBARD, J. C. und ANDREWS, D. W., J. Amer. Chem. Soc. 51 [1929], 759.
- [10] LAGEMANN, R. T., McMillan, D. jr. und Woolf, W., J. chem. Phys. 17 [1949], 369.
- [11] Findlay, J., Pitt, A., Smith, Gr. und Wilhelm, J., Phys. Rev. 54 [1938], 506; 56 [1939], 122.
- [12] Bergmann, L., Ultraschall, 6. Auflage, II 4 c, Hirzel Verlag, Stuttgart 1954.
- [13] KLEPPA, O. J., J. chem. Phys. 17 [1949], 468; 18 [1950], 1331, siehe auch Zitat [12], S. 416.
- [14] BOCKRIS, I. O'M. und RICHARDS, N. E., Proc. Roy. Soc. A. 241 [1957], 44.

#### ULTRASCHALLBILDWANDLUNG MIT DEM ELEKTRONENSPIEGEL

von G. Koch

Schwingungslaboratorium des VEB Carl Zeiss Jena

#### Zusammenfassung

Es wird ein Ultraschallbildwandler beschrieben, der auf der Basis der Elektronenspiegelung arbeitet; die damit erzielten Ergebnisse werden angegeben. Der Kontrast des Bildes ist bei bewegtem Gegenstand am größten. Die Verzerrungen bleiben in Grenzen.

#### Summary

A description of an ultrasonic image-converter operating on the basis of electron-reflection, and the results achieved with it. The contrast of the image is greatest with a moving object. The distortions remain within reasonable limits.

#### Sommaire

On décrit un convertisseur d'images d'ultra-sons qui est basé sur la réflexion d'électrons; on donne les résultats obtenus avec cet appareil. Le contraste de l'image est maximum pour un objet en mouvement. Les distorsions restent dans des limites admissibles.

#### 1. Einleitung

Für die Umwandlung einer Ultraschallintensitätsverteilung in ein optisches Bild sind verschiedene Methoden bekannt geworden [1], [2]. Im folgenden wird eine neue Methode angegeben, die auf elektronenoptischer Basis beruht und ein integrales Bild liefert. Die Entwicklung erfolgte, um einen elektronischen Ultraschallbildwandler zu schaffen, der ohne die üblichen elektronischen Hilfsmittel wie Kippgeräte, Verstärker usw. auskommt.

#### 2. Beschreibung des Bildwandlers

Das hier beschriebene Versuchsrohr stellt eine Weiterentwicklung eines früheren dar [3]. Die infolge der Schallfeldverteilung unterschiedlichen Piezowechselpotentiale eines schwingenden Quarzes werden dabei als Spiegel für langsame Elektronen benutzt. Diese werden im Hochvakuum erzeugt und auf den Quarz gelenkt, der einen vakuumdichten Abschluß bildet. Die einfallenden werden von den reflektierten Elektronen durch ein senkrecht zur Strahlrichtung stehendes Magnetfeld getrennt (Bild 1 und Bild 2).

Das Strahlensystem, das der Ansatz I trägt, ist im Vergleich zu der früheren Ausführung unverändert. Der Winkel zwischen dem Ansatz I und III ist dagegen auf 30° verkleinert worden. Dadurch kann die Stärke des Magnetfeldes und die damit verbun-

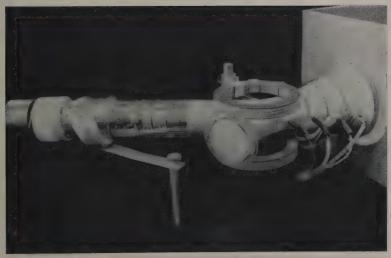


Bild 1. Bildwandler.

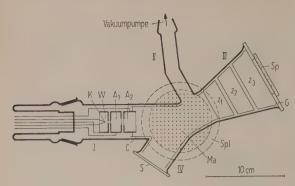


Bild 2. Bildwandler (schematisch)

dene Verzerrung reduziert werden. Der Ansatz III selbst wurde verkürzt und um  $30^{\circ}$  aufgeweitet. Er trägt die drei konischen Elektroden  $Z_1-Z_3$ , die mittels einer Schablone auf eine Trolitulunterlage gedampft wurden. Sie dienen zur Abbremsung und Wiederbeschleunigung der Elektronen. Der Ansatz IV wurde ebenfalls verkürzt und gleich mit dem Leuchtschirm S abgeschlossen.

## 3. Ergebnisse mit einem mechanischen Relief als Spiegel

Die Aufweitung des Ansatzes III und das Einsetzen konischer Elektroden soll den Potentialverlauf vor dem Spiegel dahingehend beeinflussen, daß auch die Randelektronen den Spiegel erreichen und zur Abbildung beitragen. Auf diese Weise soll die wirksame Spiegelfläche des ersten Rohres, die dort etwa 12 mm Durchmesser hatte, vergrößert werden.

Die Bestätigung dafür ist die Abbildung eines mechanischen Reliefs bekannter Abmessungen, das auf einer das Rohr abschließenden Glasplatte von  $100 \, \mathrm{mm} \, \phi$  aufgebracht ist (Bild 3 und Bild 4).

Es ergibt sich eine wirksame Fläche von ca. 24 mm×18 mm. Schränkt man mittels größerer negativer Wehneltspannung die Divergenz des Elektronenstrahles und damit natürlich die Größe der Fläche ein, so wird der Kontrastumfang größer. Dies geht aus Bild 5 hervor, das eine kleinere Münze von 13 mm Durchmesser darstellt.

Die Gleichspannungen, die an dem Spiegel liegen, sind ebenso wie bei-[3] positiv gegen Kathode, und zwar 100 bis 200 Volt. Die Änderung der Elektrodenform kommt in dem Potential Z<sub>3</sub> zum Ausdruck, das im Gegensatz zu früher negativ gegen Spiegelpotential sein muß, um Scharfstellung zu erreichen. Bild 3 zeigt, daß die Ausleuchtung der spiegelnden Fläche sehr ungleichmäßig ist, während man dem Bild 4 entnimmt, wie stark die Verzerrung bei diesen Aperturen ist. Die Vergrößerung ist 1- bis 2-fach.

Der Spiegelabschluß soll wie früher durch einen Quarz dargestellt werden. Wollte man die ganze Fläche (100 mm Ø) durch einen solchen abdecken. so müßte das mindestens ein 800-kHz-Grundquarz sein, um dem Atmosphärendruck standzuhalten. Bei einem solchen ist aber von vornherein keine große Bildgüte zu erwarten, auch dann nicht, wenn er in einer Oberwelle erregt wird [4]. Über einen Zwischenring aus Glas, wie er in Bild 2 angedeutet ist, müssen daher die Durchmesser erreicht werden, die von dünneren Quarzen mit Sicherheit abgeschlossen werden können. Für einen solchen von 2,4 MHz Grundwelle wurden 40 mm und für einen 4-MHz-Quarz 30 mm als ausreichend gefunden. Dieser Zwischenring ist zur Vermeidung von Aufladungen innen metallisiert. Die Metallisierung kann auf verschiedene Potentiale gelegt werden. Legt man sie auf Z3-Potential und versucht, obiges Netz, das sich



Bild 3. Elektronenoptische Abbildung eines Netzes (Drahtstärke und Maschenweite = 1 mm).



Bild 4. Elektronenoptische Abbildung einer Münze (19 mm Durchmesser).



Bild 5. Erhöhter Kontrast einer elektronenoptischen Abbildung durch größere Wehneltspannung.

an der Stelle der Quarzoberfläche befindet, abzubilden, so betragen die Potentiale im Scharfpunkt:  $U_{\text{Netz}} = 230 \text{ V}$ ;  $U_{\text{Z}3} = U_{\text{Ring}} = 165 \text{ V}$ . Der Abbildungsbereich des Spiegels beträgt ca. 16 mm × 20 mm. Hat die Ringelektrode das Potential des Netzes, so liegt der Scharfpunkt bei  $U_{\text{Netz}} = U_{\text{Ring}} = 230 \text{ V};$  $U_{\rm Z_3} = 0$  Volt. Der abgebildete Bereich ist ca. 14 mm × 18 mm. Die dritte Möglichkeit besteht schließlich darin, die Ringelektrode separat an eine Spannung zu legen. Man erhält eine Scharfstellung bei den Potentialen  $U_{\rm Z3} = 130 \,\mathrm{V}; \ U_{\rm Sp} = 260 \,\mathrm{V};$  $U_{\rm Ring} = 230 \, {\rm V}$  und einen Bereich von  $16 \, {\rm mm} \times 22 \, {\rm mm}$ . Allen Abbildungen ist gemeinsam, daß sie bei gleicher Wehneltspannung etwas unschärfer sind als bei einem Abschluß ohne Zwischenring. Durch Erhöhen dieser negativen Spannung steigen wieder Schärfe und Kontrast analog Bild 5.

## 4. Ergebnisse mit dem Quarzspiegel

Das Rohr wird nun mit einem 2,4-MHz-Grundquarz abgeschlossen, der über eine Wasserstrecke angeregt wird (Bild 6).

Der Schallgeber wird mit der Resonanzfrequenz des Spiegelquarzes erregt und zwischen beide ein

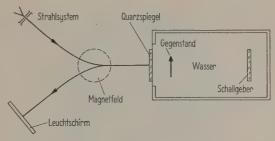


Bild 6. Schema der Anlage zur Ultraschallwandlung.

Gegenstand in Form eines Hakens gebracht. Dieser hat die Abmessung von ca. 10 mm (Bild 7 a), Bild 7 b zeigt das Ultraschallbild dieses Hakens, das wieder höhen- und seitenvertauscht zur Abbildung gelangt, wie es bereits früher [3] gefunden wurde. Um den Kontrastumfang analog Bild 5 zu vergrößern, wurde die Wehneltspannung erhöht. Die Ringelektrode lag dabei am Z<sub>3</sub>-Potential.

Ist dieser Spiegelquarz durch einen solchen ersetzt, der die Grundfrequenz bei 4 MHz hat, so ergeben sich die Bilder 8, 9 und 10.

Die Resonanzfrequenz des Schallgebers wurde gewobbelt, um einen gleichmäßigen "Ultraschalluntergrund" zu schaffen. Die besten Bilder ergaben



die Ultraschallbildwandlung.

kens aus Bild 7 a.



Bild 8 a. Loch in einer Gummiplatte.



Bild 8 b. Ultraschallbild des Loches aus Bild 8 a.



Bild 9 a. Ecke einer Gummiplatte.



Bild 9 b. Ultraschallbild der Ecke aus Bild 9 a.



Bild 10. Ultraschallbild des Hakens aus Bild 7 a.

sich, wenn auch der Erregerquarz in der Grundwelle erregt wurde.

## 5. Schlußbetrachtung

Diesen Ergebnissen entnimmt man folgendes: An den Stellen, an denen der Ultraschall auf den Spiegelquarz fällt, wird durch das höhere Piezowechselpotential eine Erhöhung der Dichte der reflektierten Elektronen erzielt. Es wurde festgestellt, daß eine Spannungsänderung an den Elektroden das Bild sofort verschwinden läßt. Das Einstellen des früheren Wertes läßt das Bild erst langsam wieder erscheinen. Wird bei festen Spannungen der Gegenstand im Wasser bewegt, so folgt das Bild trägheits-

los. Die Bildgüte ist bei bewegtem Gegenstand größer als bei unbewegtem. Die Ursache könnte bei letzterem Fall in der lokalen Aufladung zu suchen sein, die eine Verwaschung der scharfen Ränder zur Folge hat. Die Abbildung verschwindet, wenn die Frequenz geändert wird. Der Kontrast wird größer, wenn die Spannung am Schallgeber erhöht wird. Bild 7 b zeigt den Haken bei 600 Volt am 2,4-MHz-Schallgeberquarz, während ihn Bild 10 mit Rücksicht auf die Durchschlagsicherheit beim 4-MHz-Grundquarz nur bei 400 Volt zeigt. Hier erkennt man trotz des schlechteren Kontrastes die bessere Schärfe.

Diese Ergebnisse zeigen, daß eine bildgetreue Beeinflussung der gespiegelten Elektronen erfolgt. Der Kontrastumfang und die Empfindlichkeit lassen jedoch eine technische Anwendung als fraglich erscheinen. (Eingegangen am 9. November 1959.)

#### Schrifttum

- [1] GÖRLICH, P. und SCHUSTER, K., Tagungsband Physikertagung München 1956. Physik-Verlag Mosbach/ Baden 1957, S. 119.
- [2] Bergmann, L., Der Ultraschall und seine Anwendung in Wissenschaft und Technik. Hirzel-Verlag, Stuttgart 1954, S. 325 ff.
- [3] KOCH, G. und MARTIN, H.-J., Jenaer Jahrbuch 1958 Teil II, S. 179.
- [5] Freitag, W. und Martin, H.-J., Acustica 8 [1958], 197.

# DIE SCHALLZERSTREUENDE WIRKUNG VON KUGEL- UND ZYLINDERSEGMENTEN AUF HALLRAUMWÄNDEN

von G. VENZKE, Braunschweig

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt

#### Zusammenfassung

Kugel- und Zylindersegmente werden in ihrer schallzerstreuenden Wirkung in einem 250 m³ großen Hallraum mit Hilfe von Absorptionsgrad-Messungen untersucht. Neben Form und Zahl der Zerstreuungselemente wird auch die Größe der Absorptionsfläche und ihre Orientierung zu den Diffusoren variiert.

#### Summary

The sound-scattering properties of segments of spheres and cylinders were investigated in a reverberation room of 250 m³ volume by means of absorption coefficient measurements. Besides the shape and number of scattering elements, the size of the absorbing surface and its position relative to the diffusors were varied.

#### Sommaire

On a étudié, en mesurant le degré d'absorption, l'action dispersante d'éléments sphériques et cylindriques sur le son dans une chambre réverbérante de 250 m³. En même temps que la forme et le nombre des éléments dispersants, on a fait varier la grandeur de la surface d'absorption et son orientation par rapport aux diffuseurs.

Kugel- und besonders Zylindersegmente sind verschiedentlich zur Steigerung der Diffusität als schallzerstreuende Elemente auf Raumbegrenzungen verwendet worden. Es liegen aber kaum quantitative Angaben darüber vor, unter welchen Bedingungen solche Diffusoren in Hallräumen normaler Größe bei Messungen an hochabsorbierenden Schluckstoffen Absorptionsgradwerte ergeben, die mit den aus Rohrmessungen umgerechneten vergleichbar sind.

Im 250 m<sup>3</sup> (8,2 m×6,5 m×4,7 m) großen rechteckigen Hallraum der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) sind zwei benachbarte Wände sowie der Fußboden eben, die Decke und die zwei anderen Wände mit konvexen zylindrischen Zerstreuungsflächen versehen. Die Achsen dieser Zylinder an den zwei Wänden verlaufen durchgehend senkrecht zum Fußboden, die Zylinderradien liegen zwischen 0,5 und 1,6 m, die Stichmaße zwischen 20 und 30 cm. Die unterschiedlich gekrümmten Zylinderflächen sind regellos verteilt [1].

In diesem Raum wurde der Schallabsorptionsgrad von 5 cm dicken Mineralfaser-(Sillan)-Platten vom Raumgewicht 100 kg/m³ gemessen. Es wurde dabei einmal der Unterschied bei Anbringung des Materials auf dem Boden und an der Längswand untersucht, und zwar mit 12 und mit 35 m² Schluckfläche. Das Schluckmaterial war bei allen Messungen in einer geschlossenen Fläche angeordnet, bei Messung auf dem Hallraum-Fußboden lag es auf diesem auf, bei Messung an der Wand wurde es festgehalten durch eine Verspannung zwischen den 5 cm dicken Holzlatten, die in beiden Fällen die Kanten der Schluckflächen ringsum abdeckten.

Zum anderen wurde untersucht, wie sich die zusätzliche Anbringung von 60 Kugelsegmenten (50 cm  $\phi$ , 12 cm Stichmaß, 1 m Kugelradius) auf das Meßergebnis auswirkt. Die Kalotten waren dabei unregelmäßig über die zwei nicht mit Schluckstoff bedeckten ebenen Flächen verteilt, an der Wand aufgehängt und auf dem Boden aufgelegt. Als Prüfschall diente Rauschen von Bandbreite einer Terz.

Die Ergebnisse der Absorptionsgradmessungen sind in den Bildern 1 a bis d aufgetragen, die Bilder 1 a und b beziehen sich auf die Messungen mit dem Schluckmaterial auf dem Fußboden, 1 c und d mit dem Schluckstoff an der Wand. Es wurde nach der Exring-Formel ausgewertet. Die in allen vier Abbildungen eingezeichnete punktierte Kurve ist der Absorptionsgrad, der sich für statistischen Schalleinfall aus der im Rohr gemessenen Wandimpedanz des Schluckmaterials errechnet.

An den Ergebnissen fällt vor allem auf, daß sich unter sonst gleichen Meßbedingungen bei Anordnung des Schluckstoffes auf dem Boden 10 bis 20% niedrigere Absorptionsgradwerte ergeben als bei Anordnung auf der Längswand. Die Nachhallkurven in logarithmischer Aufzeichnung sind, besonders bei der Messung auf dem Boden ohne die Zerstreuungskalotten, stark gekrümmt, und die Absorptionsgradwerte streuen von Frequenz zu Frequenz erheblich. Im Fall gekrümmter Nachhallkurven wurde hierbei die Anfangsneigung der Kurven für die Auswertung zugrunde gelegt. Die vergleichsweise zu niedrigen Absorptionsgradwerte bei Anordnung der Schluckflächen auf dem Boden lassen sich aus der Orientierung der Zylinderachsen an den Wänden erklären, die den Schall nur in der Horizontalebene streuen, nicht aber in der Vertikalen. Es wird also bei Belegung des Bodens mit Schluckstoff die Richtung streifenden Einfalls und damit ein Winkelbereich bevorzugt, der bei dem vorliegenden Schluckmaterial im mittleren und oberen Frequenzbereich mit geringerer Absorption verbunden ist. Bei Anordnung des Schluckmaterials an der Wand ist der Schall besser über alle Einfallsrichtungen gestreut.

Ferner ist zu bemerken, daß sich ohne Verwendung der Zerstreuungskalotten bei 12 m² Schluckfläche auch im Bereich oberhalb 1000 Hz höhere und damit offensichtlich bessere Ergebnisse einstellen als bei 35 m². Dies leuchtet ein, da unter sonst

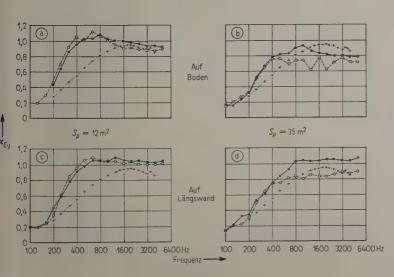


Bild 1. Schallabsorptionsgrad von 5 cm dicken Mineralplatten,  $100\,\mathrm{kg/m^3}$ . Messungen unter verschiedenen Diffusitätsbedingungen im Hallraum der PTB.

o → ohne Kugelsegmente,
o → ohne Kugelsegmente auf
den nicht mit Schluckmaterial bedeckten ebenenRaumbegrenzungen,
.... Absorptionsgrad, aus
Rohrmessungen für diffusen Schalleinfall umgerechnet.

gleichen Bedingungen die Diffusität in einem Hallraum um so geringer wird, je größer das Verhältnis von absorbierender zu reflektierender Fläche ist [2]. Auch Sato und Koyasu [3] haben Unterschiede von 0,15 im Schluckgrad bei 3000 Hz in ihrem 500 m<sup>3</sup> großen Hallraum beobachtet, wenn sie ihre Prüffläche auf dem Boden zwischen 10 und 30 m² variieren. Wie der Vergleich der PTB-Messungen in den Bildern 1 c und 1 d zeigt, wird man von der Größe der Schluckfläche erst dann weitgehend unabhängig, jedenfalls in Frequenzgebieten, wo die Kantenbeugung keine wesentliche Rolle mehr spielt, wenn man für Streuung sowohl in horizontaler wie auch vertikaler Richtung sorgt, also z. B. hier durch zusätzliche Kugelkörper auf den Raumbegrenzungen. Ein schiefwinkliger Hallraumgrundriß bei senkrecht stehenden Wänden gewährleistet bei Anordnung der Schluckfläche auf dem Boden ohne Zusatzmaßnahmen genau so wenig eine gleichmäßige Verteilung der Schallenergie auf alle Einfallsrichtungen wie zylindrische Zerstreuungskörper mit nur senkrechten Achsen an den Wänden. Sicherlich ist eine unterschiedliche Orientierung der Zylinderachsen an den verschiedenen Wänden günstiger.

Erwähnt sei noch, daß sich die zerstreuende Wirkung der Kugelsegmente naturgemäß bei 12 m² Schluckfläche nur geringfügig bemerkbar macht, weil die schon vorhandene Diffusität offenbar groß genug ist. Wie Bild 1 a jedoch zeigt, sind die günstigen Wirkungen der Kugelsegmente noch bis 400 Hz herab bemerkbar. Ohne diese Zerstreuungselemente ist die Absorptionsgrad-Frequenzkurve durch die von ungenügender Diffusität herrührenden Streuungen in den Nachhallzeiten stärker ausgezackt, was zweifellos nicht dem wirklichen Absorptionsverhalten des Materials entspricht. Bei 35 m² Schluckfläche ist dagegen der Unterschied mit und ohne Kugelsegmente erheblich, auch wenn sich das Schluckmaterial in der günstigeren Position, also an der Wand, befindet. Unterschiede in der Richtungsverteilung der Schallenergie sind in diesem Falle auch mit einem Richtmikrophon nachgewiesen worden [2]. Der Aufwand an Schallzerstreuungsmitteln muß offensichtlich der Größe der Schluckfläche angemessen sein.

Vergleicht man die im Hallraum gemessenen Absorptionsgrad-Kurven mit der aus Rohrmessungen errechneten, so liegen im Gebiet oberhalb 1600 Hz die Kurven in Bild 1 c und die mit Kugelsegmenten gemessene Kurve in Bild 1 d mit Werten um 1,04 im Mittel um 0,08 im Absorptionsgrad höher als das Maximum der errechneten Absorptionsgradkurve. Die übrigen Kurven weisen in diesem Frequenzgebiet mehr oder weniger zu niedrige Werte auf, nur die Kurve in Bild I a mit Zerstreuungskörpern fällt mit dem Maximum der errechneten Kurve zusammen. Es wäre nun sicher nicht richtig anzunehmen, daß der der Kurve in Bild I a entsprechende Diffusitätszustand ausreichend ist und die gleiche Prüffläche an der Wand bei "zuviel" Diffusität gemessen wurde und deshalb zu hohe Werte lieferte. Erst bei den Messungen der Bilder 1 c und 1 d hat sich offenbar das Schallfeld dem Zustand idealer Diffusität genähert. Dies kann man u.a. daraus entnehmen, daß hier der Absorptionsgrad im Frequenzgebiet oberhalb 1600 Hz weitgehend unabhängig von der Größe der Prüffläche ist. Warum auch in diesem Frequenzgebiet, in dem der Einfluß der Kantenbeugung gering ist, die Absorptionsgradwerte etwas oberhalb 1,0 liegen, wird zur Zeit untersucht.

Zum Schluß dankt der Verfasser der Firma Grünzweig & Hartmann AG für die Überlassung der Sillanplatten. (Eingegangen am 26. Oktober 1959.)

#### Schrifttum

- Venzke, G., Zur Formgebung von Hallräumen für Meßzwecke, Acustica 6 [1956], 2.
- [2] Venzke, G. und Dämmig, P., Diffusitäts-Untersuchungen bei Messungen des Schallabsorptionsgrades im Hallraum. Proc. of the Third International Congress on Acoustics 1960, Elsevier Publishers.
- [3] Sato, K. und Koyasu, M., On the new reverberation chamber with nonparallel walls. Phys. Soc. Japan 14 [1959], 670.

# MEASUREMENT OF THE SOUND INSULATION BY RANDOM AND BY NORMAL INCIDENCE OF SOUND

by E. Brosio

Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris, Torino, Italy

#### Summary

We compare experimental data of transmission loss measured by random and by normal incidence of sound. The theory of London is found to agree well with these data: for given partitions it is then possible to calculate one of the two values when the other has been determined experimentally.

### Zusammenfassung

Es wird ein Vergleich experimenteller Ergebnisse für die Schalldämmung bei diffusem Schallfeld und bei senkrechtem Schalleinfall vorgenommen. Die Messungen bestätigen ziemlich gut die Ergebnisse der Theorie von London. Daher ist es möglich, für bestimmte Wände einen dieser beiden Werte zu berechnen, wenn der andere experimentell bestimmt worden ist.

#### Sommaire

On compare les données expérimentales de la transmission acoustique mesurée pour des incidences quelconques du son et pour des incidences normales.

On constate que la théorie exposée par London coïncide bien avec ces données; aussi est-il possible, pour des parois données, de calculer l'une des deux valeurs quand l'autre a été déterminée expérimentalement.

#### 1. Introduction

The measurement of sound insulation may be carried out by two methods essentially:

#### a) Reverberation room

It is the more commonly employed method; it consists in measuring the sound level in two adjacent reverberation rooms, of known acoustical characteristics, separated by the partition wall examined.

The sound source is placed in one of the two rooms and is made up of one or more loudspeakers generating a filtered white noise or a warble tone uniformly diffused. The transmission loss R of the partition is the difference between the sound pressure levels  $L_1$  and  $L_2$  measured in the two rooms, less a correction depending on the absorption  $A_2$  of the second room (disturbed room) and on the surface area S of the partition:

$$R = L_1 - L_2 + 10 \log S/A_2$$
.

This test, which fits well brickwork walls and generally heavy structures, will be standardized by the I.S.O.

## b) Absorbing room

It is a method described by Beraner [1] and by Kobrinsky [2], which suits mostly light samples of small dimensions. In this method the sound source is near the sample, on which the sound has normal

incidence. The sound pressure levels are measured on the two sides of the partition and near this one; the receiving room is a small anechoic room.

The transmission loss is given by the difference between the sound pressure levels.

This apparatus is chiefly employed for measurements of elements used in cars, wagons, airplanes, ships and for mobile partitions. Up to the present there is no standardization of this method.

The insulation data obtained for the same sample following the two methods do not agree, owing to the difference of incidence of the sound on the sample in the two cases. Something similar is found in the case of the absorption coefficient, measured by random and by normal incidence of sound.

The study of the transmission loss of simple walls is due to London [3], who calculates the transmission loss for random incidence of sound considering first an oblique wave incident on the surface of the wall and integrating the attenuation for any angle of incidence. London gives the expression

$$R_{\rm d} = 10 \log a^2 - 10 \log [\log_{\rm n} (1 + a^2)],$$

with a = f m/z,

where f frequency (in c/s),

m mass of the partition (in  $kg/m^2$ ),

z air specific impedance (in MKS units).

For a normal incident wave

$$R_{\rm n} = 10 \log (1 + a^2),$$

generally simplified into

$$R_{\rm n} = 10 \log a^2.$$

Fig. 1 reports  $R_d$  and  $R_n$  as a function of the product of the frequency and the mass of the partition wall.

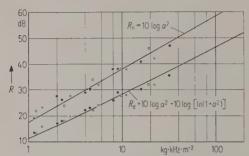


Fig. 1. Theoretical transmission loss by random  $(R_d)$  and by normal incidence  $(R_n)$  of sound as a function of the product of the mass and the frequency. The figure reports also experimental data:

××× porous fibrewood, thickness 13 mm, mass 6.9 kg m<sup>-2</sup>,

hard fibre wood, thickness 3 mm, mass 2.8 kg m<sup>-2</sup>,

ooo iron plate, thickness 0.8 mm, mass 6 kg m<sup>-2</sup>,

••• iron plate, thickness 0.8 mm, mass 10 kg m<sup>-2</sup> varnished with a sound deadener.

## 2. Testing apparatus

At the acoustical laboratory of the Istituto Elettrotecnico Nazionale (where the two types of apparatus may be found) some measurements have been made to control experimentally the theoretical data and to investigate more accurately the phenomenon.

Fig. 2 shows the plan of the two rooms where the transmission loss is measured for random incidence of sound. First reverberation room A (volume  $307\,\mathrm{m}^3$ , surface  $273\,\mathrm{m}^2$ , employed also for measurements of sound absorption coefficient) has an irregular pentagon plan, with non-parallel ceiling and floor. The walls are completely insulated from the building. By an opening in one wall it communicates with the receiving room B (volume  $210\,\mathrm{m}^3$ , surface  $215\,\mathrm{m}^2$ ). For the measurements described the opening, originally  $(2.1\cdot2.1)\,\mathrm{m}^2$  large, has been reduced to  $(1\cdot1)\,\mathrm{m}^2$ .

Fig. 3 shows the apparatus for the measurements for normal incidence of sound. It is a wall cell parallelopiped; the lateral walls, the ceiling and the floor are covered by a layer of rock-wool 50 cm thick; the bottom wall is covered by longitudinal rock-wool wedges.

The front of the cell has a square opening 1 m<sup>2</sup> large, in which the sample to be examined is placed;

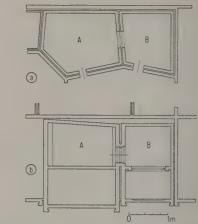


Fig. 2. Plan (a) and section (b) of the rooms where the transmission loss is measured for random incidence of sound.

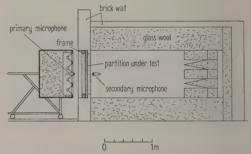


Fig. 3. Apparatus for the measurement of the transmission loss for normal incidence of sound.

in front of the opening are 16 loudspeakers in phase on one baffle. In the cavity between the loudspeakers and the sample a microphone picks up the first sound level. Behind the sample, near to it, another microphone picks up the second sound level.

The sound source employed for these measurements is a white noise filtered by one third octave bands.

#### 3. Experimental results

First homogeneous light samples were investigated, chosen from among common materials for partition walls.

The results obtained by the two methods fit pretty well the theory of London, as the diagrams of Figs. 1 and 4 show, where the data obtained in the anechoic cell are correlated with the results for random incidence of sound. The experimental data agree with good approximation with the theoretical; therefore it is possible to calculate the transmission loss corresponding to one method when it has been determined experimentally by the other method.

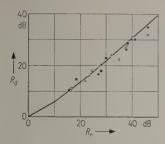


Fig. 4. Relation between the transmission loss for random  $(R_d)$  and for normal  $(R_n)$  incidence of sound. Theoretical (continuous line) and experimental data are reported. Materials are the same as in Fig. 1.

After that composite walls were investigated: metallic plates covered by sound deadeners, partitions composed of different materials. From the experimental data the theory of London is valid when the partition satisfies certain requisites, that is:

The elements should be in contact and not form cavities, which case approximates to one of double walls, whose behaviour, London considers in a successive paper [4] and follows different rules.

The elements should have external surfaces of similar acoustic absorption.

Experimental measurements on a partition composed of a layer of rockwool and a plate of tempered masonite at normal incidence of sound gives remarkably different results according to whether the absorbing or the reflecting surface face the sound source. At random incidence of sound, on the contrary, there is no practical difference. The data are reported in Fig. 5.

The theory explains the difference of the two results for normal incidence of sound, if it is applied

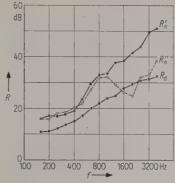


Fig. 5. Experimental data concerning the transmission loss of a composite partition:  $R_{\rm d}$  transmission loss measured for random incidence of sound,  $R_{\rm n}'$  transmission loss for normal incidence with the reflecting surface facing the sound source and  $R_{\rm n}''$  transmission loss for normal incidence with the absorbing surface facing the sound source.

to the analogy of the equivalent electrical circuit of an asymmetrical four terminal network.

Anyway it is necessary, for a particular study of the phenomenon, to take into account the absorption coefficient of the surface of the sample facing the sound source. (Received October 3rd, 1959.)

#### References

- [1] Beranek, L. L., The measurement of acoustic attenuation characteristics of sound proofing materials for aircraft. 11/1/1946 Psycho Acoustic Laboratory, Harvard University, Cambridge, Mass.
- [2] KOBRINSKY, M., Comptes rendus du congrès d' acoustique architecturale, Marseille 1952.
- [3] London, A., Transmission of reverberant sound through single walls. J. Res. Nat. Bur. Stand. Wash. 42 [1940], 605.
- [4] London, A., Transmission of reverberant sound through double walls. J. acoust. Soc. Amer. 22 [1950], 270.

## SCHALLAUSBREITUNG IN GASFORMIGEM WASSERSTOFF

von G. Sessler \*

III. Physikalisches Institut der Universität Göttingen

#### Zusammenfassung

In gasförmigem, normalem Wasserstoff wurde bei 20° C und bei Frequenz/Druck-Werten zwischen 3·10<sup>8</sup> und 1.5·10<sup>8</sup> Hz/atm die Schallabsorption gemessen. Die Messungen wurden

mit elektrostatischen Wandlern mit festem Dielektrikum durchgeführt.

Zur Erklärung der Meßergebnisse wurde - neben weniger wichtigen Voraussetzungen angenommen, daß sich die Relaxationszeiten  $\tau_{02}$  und  $\tau_{13}$  (die sich auf den 0-2 beziehungsweise 1-3 Übergang beziehen) wie 1:1,5 verhalten. Die damit für zwei parallele Relaxationserscheinungen berechneten Absorptionskurven ergeben dann bestmögliche Übereinstimmung mit den Meßergebnissen, wenn  $\tau_{02} = 1,29 \cdot 10^{-8} \,\mathrm{s}$  und  $\tau_{13} = 1,93 \cdot 10^{-8} \,\mathrm{s}$  gesetzt

#### Summary

Sound absorption in normal hydrogen gas at 20° C and frequency/pressure ratios between  $3 \times 10^6$  and  $1.5 \times 10^8$  c/s· atm is measured, using an electrostatic transducer with solid dielectric.

To explain the measurements it is assumed that the relaxation times  $\tau_{02}$  and  $\tau_{13}$  (belonging to the 0-2 and 1-3 transitions respectively) are in the ratio 2:3. Taking two parallel relaxation processes, the results can be fitted to theory if  $\tau_{02} = 1.29 \times 10^{-8}$  s and  $\tau_{13} = 1.93 \times 10^{-8} \text{ s.}$ 

#### Sommaire

Dans l'hydrogène gazeux normal, on a mesuré l'absorption du son à 20°C et pour des valeurs des fréquences/pressions comprise entre 3·106 et 1,5·108 Hz/atm. Les mesures ont été faites à l'aide d'émetteurs électrostatiques à diélectrique solide.

Pour expliquer les résultats des mesures on a - en plus de quelques suppositions de minime importance — supposé que les temps de relaxation  $\tau_{02}$  et  $\tau_{13}$  (qui correspondent respectivement aux transitions 0-2 et 1-3) sont dans le rapport 1/1,5. Les courbes d'absorption calculées pour les deux phénomènes de relaxation correspondants coïncident le mieux possible avec les résultats des mesures en choisissant des valeurs de  $\tau_{02}=1,29\cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}$  et  $\tau_{13}=1,93\cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}$ .

#### 1. Allgemeines

Die Schallabsorption und Schalldispersion in Wasserstoff wird bei f/p-(Frequenz/Druck-)Werten unterhalb von 108 Hz/atm vor allem durch die Rotationsanregung der Wasserstoffmoleküle bestimmt. So ist z. B. das Verhältnis von molekularer zu klassischer Absorption für  $f/p < 10^6$  Hz/atm etwa gleich 20:1. Verursacht wird dieser große Beitrag der Rotationsanregung durch das bei einem relativ sehr niedrigen f/p-Wert (etwa 107 Hz/atm) liegende Absorptionsmaximum. Diese Lage wird durch die im Vergleich zu anderen Molekülen großen Rotationsquanten des Wasserstoffmoleküls bedingt. Mit dem Problem der Schallausbreitung in Wasserstoff unter spezieller Berücksichtigung dieser Rotationsanregung haben sich einige theoretische und experimentelle Arbeiten ([1] bis [10]) befaßt.

Die Berechnung des Einflusses der Rotationsanregung auf die Schallausbreitung in Wasserstoff

ist schwierig, da Wasserstoff normalerweise aus zwei Modifikationen (Ortho- und Parawasserstoff) besteht. Diesen Modifikationen entsprechen verschiedene Rotationsübergänge mit verschiedenen Rotationsquanten und Relaxationszeiten. In Tabelle I sind für 20° C die hauptsächlich auftretenden Übergänge mit dem ihnen zugehörigen Prozentsatz der Rotationswärme aufgezählt. Für jede Modifikation sind nach Tabelle I zwei Übergänge möglich, die voneinander abhängig sind. Der Vorgang innerhalb jeder Modifikation ist also analog zu zwei in Serie verlaufenden chemischen Reaktionen (siehe [12]). Dagegen ist eine Abhängigkeit der Para- von der

Tabelle I. Rotationsübergänge im Wasserstoff.

Übergänge zwischen den Quantenzahlen	Modifikation	Prozentuale Beteiligung an der spezifischen Wärme der Rotations- freiheitsgrade bei 20°C			
0-2 $1-3$ $2-4$ $3-5$	para ortho para ortho	22 68 7 3			

<sup>\*</sup> Jetzt Bell Telephone Laboratories, Inc., Murray Hill, N.J., U.S.A.

Tabelle II. Konstanten bei  $20^{\circ}$  C und 1 atm (= 760 Torr).

Konstante , .	o-H <sub>2</sub>	$ m p ext{-}H_2$	Gleichgewichts- mischung: 74,91% o-H <sub>2</sub> , 25,09% p-H <sub>2</sub>	Dimension
Spez. Wärme der Rotationsfreiheitsgrade bei konstantem Volumen nach GIAUQUE [15]	$c'_{v1} = 1,818$	$c'_{v2} = 2,205$	$c_v^\prime=1{,}915$	cal Mol Grad
Gesamte spez. Wärme bei konstantem Volumen	$c_{v1}=4,797$	$c_{v2} = 5,184$	$c_v = 4,894$	cal Mol Grad
Gesamte spez. Wärme bei konstantem Druck	$c_{p1} = 6,783$	$c_{p2} = 7,170$	$c_p = 6,880$	cal Mol Grad
Verhältnis der spez. Wärmen ×			$c_p/c_v = 1,406$	. <del>-</del>
Schallgeschwindigkeit			$v_0 = 1310$	m/s
Viskosität			$\mu = 0.884$	Poise
Wärmeleitfähigkeit			$\nu = 4,45$	$rac{ ext{cal}}{ ext{cm s Grad}}$

Orthowasserstoffanregung oder umgekehrt nicht vorhanden, was parallelen Reaktionen entspricht.

Die Schallausbreitung für ein derartiges - aus zwei parallelen Gruppen mit je zwei in Serie verlaufenden Reaktionen bestehendes - System ist bei Kenntnis der Übergangswahrscheinlichkeiten berechenbar. Diese Übergangswahrscheinlichkeiten sind jedoch bislang weder theoretisch noch experimentell genügend genau bestimmt. Die bisher numerisch ausgewerteten Theorien der Schallabsorption und -dispersion waren daher im allgemeinen Näherungen, die durch Gleichsetzung aller Relaxationszeiten entstanden (1. Näherung). In dieser Arbeit wird versucht, der Berechnung eine zweite Näherung (Berücksichtigung von zwei verschiedenen Relaxationszeiten) zugrunde zu legen. Auch die Meßergebnisse von Parbrook und Tempest [10] und die Meßergebnisse der vorliegenden Arbeit verlangen eine Berücksichtigung von zwei Relaxationszeiten; denn der molekulare Anteil der Absorption zeigt eine Verbreiterung des Maximums im Vergleich zum Fall einer einfachen Relaxationserscheinung.

#### 2. Berechnung der Schallabsorption

Die gesamte, durch Kombination von klassischen und molekularen Effekten zu erwartende Absorption α setzt sich nach Greenspan [14] folgendermaßen zusammen:

$$\frac{\alpha}{\beta_0} = \frac{\alpha_1 \, \beta_2}{\beta_0^2} + \frac{\alpha_2 \, \beta_1}{\beta_0^2} \,. \tag{1}$$

Darin sind  $\alpha_1$  und  $\beta_1$  die klassische Absorptionsbeziehungsweise Phasenkonstante,  $\alpha_2$  und  $\beta_2$  die molekulare Absorptionsbeziehungsweise Phasenkonstante und  $\beta_0 = \omega/v_0$ , wobei  $v_0$  die Schallgeschwindigkeit bei sehr kleinen Frequenzen ist.

Die klassische Schallabsorption  $\alpha_1$  und Phasenkonstante  $\beta_1$  können in dem hier interessierenden f/pBereich in guter Näherung durch die Theorie von Stokes-Kirchhoff wiedergegeben werden. Nach dieser Theorie ist für nicht zu große f/p-Werte (hier zutreffend)

$$\frac{\alpha_1}{\beta_0} = \frac{f}{p} \frac{\pi}{\varkappa} \left[ \frac{4}{3} \varkappa + (\varkappa - 1) \frac{\nu}{c_x} \right], \tag{2}$$

$$\frac{\beta_1}{\beta_0} = 1. \tag{3}$$

Die Zahlenwerte der in Gl. (2) auftretenden Konstanten sind (mit einigen später benötigten Konstanten zusammen) aus Tabelle II ersichtlich.

Die exakte Berechnung der molekularen Schallabsorption  $\alpha_2$  und Phasenkonstante  $\beta_2$  für normalen Wasserstoff bereitet wegen der in Abschnitt 1 erwähnten Unkenntnis der Übergangswahrscheinlichkeiten Schwierigkeiten. Auch aus den Meßergebnissen lassen sich — trotz der oben erwähnten Verbreiterung des Relaxationsanteils — wegen der Meßfehler nicht einmal zwei Relaxationszeiten mit genügender Genauigkeit entnehmen. Es soll deshalb eine Berechnung unter folgenden Voraussetzungen durchgeführt werden:

1. Für die Relaxationszeiten  $\tau_{02}$  und  $\tau_{13}$  der Übergänge 0-2 und 1-3 soll gelten  $^2$ 

$$\tau_{02}: \tau_{13} = 1:1,5. \tag{4}$$

 $^1$  Dabei ist zum Beispiel  $\tau_{02}$  nicht die Relaxationszeit der ersten Parawasserstoffanregung in reinem Parawasserstoff, sondern diejenige im Gemisch; siehe unten.

<sup>2</sup> Dieses Verhältnis ist nach Berechnungen von Beckerle [7] 1:1,7 beziehungsweise 1:1,8 (siehe Anmerkung zu Tabelle III) und nach Berechnungen von Brout [8] 1:1.06. Dieses Verhältnis folgt aus den Theorien mit wesentlich größerer Sicherheit als die — aus Tabelle III ersichtlichen — Absolutwerte der Relaxationszeiten. Selbst die im wesentlichen klassische Berechnung von Mariens [5] liefert für dieses Verhältnis den Wert 1:2,5; siehe auch Fußnote 4.

2. Für die Relaxationszeiten  $\tau_{24}$  und  $\tau_{35}$  der Übergänge 2-4 und 3-5 soll gelten  $^3$ 

$$\tau_{24} = \tau_{02} \,, \tag{5}$$

$$\tau_{35} = \tau_{13}$$
 (6)

3. Die Übergänge 2-4 bzw. 3-5 sollen unabhängig von den Übergängen 0-2 bzw. 1-3 erfolgen.

Nach Voraussetzung 3 liegt also innerhalb jeder der beiden Modifikationen ausschließlich parallele Anregung vor. Wegen der nach Voraussetzung 2 bestehenden Beziehungen zwischen den Relaxationszeiten kann man dann offensichtlich die Anregungen innerhalb jeder der beiden Modifikationen zu einer einheitlichen Reaktion zusammenfassen. Das Wasserstoffgemisch wird also als eine Mischung von zwei Komponenten mit je einer Relaxationszeit betrachtet. Die Absorptions- und Phasenkonstante einer Mischung kann (siehe zum Beipiel [12], Sect. 26) wie diejenige eines einheitlichen Gases mit verschiedenen parallel angeregten Freiheitsgraden berechnet werden. Nach HERZFELD und LITOVITZ [12], Sect. 21, gilt in diesem Falle (hier in etwas anderer Schreibweise)

$$\frac{\alpha_{2}}{\beta_{0}} = \left(\frac{\beta_{2}}{\beta_{0}}\right)^{3} \frac{R/2}{c_{p}\left(c_{v} - \sum_{s=1}^{2} c_{s}'\right)} \sum_{s=1}^{2} c_{s}'' \frac{\omega \tau_{s}''}{1 + \omega^{2} \tau_{s}''^{2}},$$

$$\left(\frac{\beta_{0}}{\beta_{2}}\right)^{2} = 1 + \frac{R}{c_{p}\left(c_{v} - \sum_{s=1}^{2} c_{s}'\right)} \sum_{s=1}^{2} c_{s}'' \frac{\omega^{2} \tau_{s}''^{2}}{1 + \omega^{2} \tau_{s}''^{2}}.$$
(8)

Dabei sind die  $c_s'$  die Anteile der Rotationswärmen der beiden Modifikationen. Nach Tabelle II sind diese

$$c_1' = 0.7491 \ c'_{v1},$$
 (9)

$$c_2' = 0.2509 \ c'_{v2}. \tag{10}$$

Die reinen Rechengrößen  $c_s^{\ \prime\prime}$  und  $\tau_s^{\ \prime\prime}$  berechnen sich nach [12] aus den tatsächlich vorliegenden Größen  $c_1^{\ \prime}, c_2^{\ \prime}, \tau_{02}$  und  $\tau_{13}$  wie folgt:

$$c_1'' + c_2'' = c_1' + c_2',$$
 (11)

$$\tau_{1}^{"}\tau_{2}^{"} = \left(1 - \frac{c_{1}^{'} + c_{2}^{'}}{c_{v}}\right)\tau_{02}\tau_{13},$$
(12)

$$\tau_{1}^{"} + \tau_{2}^{"} = \frac{c_{v} - c_{1}^{'}}{c_{v}} \tau_{13} + \frac{c_{v} - c_{2}^{'}}{c_{v}} \tau_{02}, \quad (13)$$

$$c_{1}^{\;\prime\prime}\,\tau_{1}^{\;\prime\prime}+c_{2}^{\;\prime\prime}\,\tau_{2}^{\;\prime\prime}=\left(1-\frac{c_{1}^{\;\prime}+c_{2}^{\;\prime}}{c_{v}}\right)(c_{1}^{\;\prime}\,\tau_{13}+c_{2}^{\;\prime}\,\tau_{02}). \tag{14}$$

Berücksichtigt man Voraussetzung 1, so ersieht man aus Gl. (11) bis (14) (indem man zum Beispiel Gl. (12) durch  $\tau_{13}^2$  und Gl. (13) und (14) durch  $\tau_{13}$  dividiert), daß die Größen  $c_s^{\ \prime\prime}$  und  $\tau_s^{\ \prime\prime}/\tau_{13}$  durch Gl. (4), (9) und (10) bestimmt sind. Es ergibt sich mit den Werten der Tabelle II

$$\begin{split} {c_1}^{\prime\prime} &= 0{,}320 \;\; \mathrm{cal/Mol \; Grad} \;, \\ {c_2}^{\prime\prime} &= 1{,}595 \;\; \mathrm{cal/Mol \; Grad} \;, \\ {\tau_1}^{\prime\prime}/{\tau_{13}} &= 0{,}818 \;, \\ {\tau_2}^{\prime\prime}/{\tau_{13}} &= 0{,}496 \;. \end{split}$$

Damit ist nach Gl. (7) und (8) die molekulare Absorptions- und Phasenkonstante bis auf eine Verschiebung parallel zur Frequenzachse bekannt.

Bestimmt man nun nach Gl. (1) die Gesamtabsorption, so kann man durch Vergleich mit den Meßwerten eine Festlegung der Frequenzskala und damit eine absolute Bestimmung der Relaxationszeiten  $\tau_{02}$  und  $\tau_{13}$  erzielen (siehe Abschnitt 4).

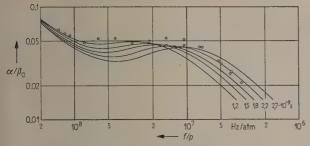
## 3. Experimentelles

Es wurde die Schallabsorption in spektralreinem Wasserstoff gemessen, dessen Gehalt an Ortho- und Paramolekülen der Gleichgewichtszusammensetzung bei  $20^{\circ}$  C  $(74,91\% \text{ o-H}_2,\ 25,09\% \text{ p-H}_2)$  entsprach. Die Messungen wurden bei  $20^{\circ}$  C und bei f/p-Werten zwischen  $3\cdot 10^6$  und  $1,5\cdot 10^8$  Hz/atm durchgeführt. Sie schließen an die in einer früheren Arbeit [9] veröffentlichten Messungen  $(f/p>10^8$  Hz/atm) an.

Die Messungen erfolgten mit zwei Interferometeranordnungen, die in früheren Arbeiten [9], [13] beschrieben sind. Beide Apparaturen verwenden elektrostatische Wandler mit festem Dielektrikum. Es zeigte sich, daß für Messungen in Wasserstoff als Dielektrikum der Wandler eine etwa 7 µm dicke, metallbedampfte Kondensatorpapierfolie besonders geeignet ist. — Die Meßfrequenzen lagen zwischen 200 und 600 kHz. — Die Meßmethode ist in einer früheren Arbeit [9] beschrieben.

Mögliche Fehler der Meßergebnisse kommen vor allem durch Verunreinigungen des Gases zustande. Zur Trocknung des Gases wurde im Meßraum eine Schale mit  $P_2O_5$  aufgestellt. Eine Kühlung des Wasserstoffs mittels flüssiger Luft beim Einströmen in die Apparatur bei einigen Meßreihen ergab keine Änderung der Meßergebnisse. Da durchströmende Luft bei Kühlung mit flüssiger Luft im wesentlichen nicht ausfriert, kommt als Verunreinigung wohl hauptsächlich Luft in Frage. In Vorversuchen wurde durch Zugabe einer definierten Luftmenge festgestellt, daß in manchen f/p-Bereichen 0,25% Luftzusatz eine Veränderung des Absorptionswerts um 5% bedingt. Wie Reproduzierbarkeitsmessungen

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Diese Annahme ist auf jeden Fall besser als eine vollständige Vernachlässigung der Übergänge 2-4 und 3-5, da sich nach Beckerle [7] z. B. r<sub>24</sub> nur um einen Faktor 2 von r<sub>02</sub> unterscheidet. Wegen des relativ kleinen Beitrags der Übergänge 2-4 und 3-5 zur spezifischen Wärme (siehe Tabelle I) ist die Annahme jedenfalls zulässig.



zeigten, liegen die maximalen Fehler durch Verunreinigungen bei  $\pm 7\%$ .

Bild 1 zeigt die Meßergebnisse. Die von Zartman [3] bei  $36,53^{\circ}$  C und  $f/p < 2,6 \cdot 10^{7}$  Hz/atm gemessenen Absorptionswerte liegen um 20 bis 40% höher als die in Bild 1 gezeigten Ergebnisse. Dagegen stimmen die von Stewart und Stewart [6] (bei  $0^{\circ}$  C und  $f/p < 6 \cdot 10^{7}$  Hz/atm) sowie die von Parbrook und Tempest [10] (bei  $25^{\circ}$  C und  $f/p < 4 \cdot 10^{7}$  Hz/atm) gemessenen Werte, soweit ein Vergleich wegen der sich nicht ganz überdeckenden f/p-Bereiche möglich ist, trotz der verschiedenen Meßtemperaturen gut mit den Ergebnissen dieser Arbeit überein.

## 4. Vergleich der Meßergebnisse mit der Theorie. Schlußfolgerungen

Die gesamte Schallabsorption  $\alpha/\beta_0$  nach Gl. (1) wurde mit Gl. (2), (3), (7) und (8) für fünf verschiedene  $\tau_{13}$ -Werte (1,2; 1,5; 1,8; 2,2; 2,7·10<sup>-8</sup> s) berechnet und in Bild 1 zusammen mit den Meßergebnissen dargestellt.

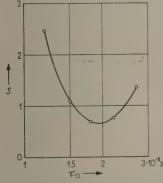


Bild 2. Aus Bild 1 für die fünf verschiedenen  $\tau_{13}$ -Werte berechnete und dann interpolierte Funktion S (siehe Gl. (15)) in willkürlichem Maßstab.

 $^4$  Um die Abhängigkeit der Ergebnisse von dem Verhältnis  $\tau_{02}:\tau_{13}$  zu prüfen, wurde auch  $\tau_{02}:\tau_{13}=1:2$ gesetzt, damit die Absorption für verschiedene  $\tau_{13}$ -Werte nach Gl. (7) berechnet und ebenfalls mit den Meßergebnissen verglichen. Es ergibt sich dann  $\tau_{13}=2,02\cdot10^{-8}$  sund  $\tau_{02}=1,01\cdot10^{-8}$  s. Man sieht also, daß zumindest das Ergebnis für  $\tau_{13}$  nicht sehr stark vom Verhältnis  $\tau_{02}:\tau_{13}$  abhängt!

Bild 1.

Absorption in normalem Wasserstoff bei 20 °C.

O Messungen bei 200 bis 600 kHz, nach Gl. (1) berechnete Gesamtabsorption für  $\tau_{02}:\tau_{13}=1:1,5$ . Parameter ist die Relaxationszeit  $\tau_{13}$ .

Ein Maß für die Güte der Übereinstimmung einer jeden der berechneten Kurven mit den Meßwerten ist — wegen der logarithmischen Darstellung in Bild 1 — die für die entsprechende Kurve berechnete Summe

$$S = \sum_{i} \left[ \left( \ln \frac{\alpha_{\text{exp}}}{\alpha_{\text{th}}} \right)_{i} \right]^{2}, \tag{15}$$

wobei  $\alpha_{\rm exp}$  bzw.  $\alpha_{\rm th}$  die gemessene beziehungsweise berechnete Absorptionskonstante ist und i auf die einzelnen Meßpunkte hinweist. S wurde für jede der fünf Kurven berechnet und in Bild 2 in willkürlichem Maßstab und in Abhängigkeit vom jeweiligen  $\tau_{13}$ -Wert aufgetragen. Aus Bild 2 ergibt sich, daß für

$$\tau_{13} = (1.93 \pm 0.03) \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

bestmögliche Übereinstimmung mit den Meßergebnissen herrscht. Mit Gl. (4) folgt daher

$$\tau_{02} = (1.29 \pm 0.02) \cdot 10^{-8} \text{ s}^4,$$

wobei in den Fehlergrenzen natürlich die durch die vereinfachte Theorie möglichen Fehler nicht berücksichtigt sind.

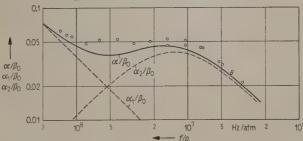


Bild 3. Absorption in normalem Wasserstoff bei 20° C.

Messungen bei 200 bis 600 kHz,

nach Gl. (1) berechnete Gesamtabsorption  $\alpha/\beta_0$  für  $\tau_{02}=1,29\cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}$  und  $\tau_{13}=1,93\cdot 10^{-8}\,\mathrm{s}$ ,

--- klassischer Anteil  $\alpha_1/\beta_0$  sowie molekularer Anteil  $\alpha_2/\beta_0$  für die erwähnten Relaxationszeiten.

In Bild 3 ist die für diese Relaxationszeiten berechnete Absorption  $\alpha/\beta_0$ , ebenfalls zusammen mit den Meßergebnissen, dargestellt. Außerdem zeigt Bild 3 die für diese Relaxationszeiten nach Gl. (7) berechnete molekulare Absorption  $\alpha_2/\beta_0$  und die

Tabelle III. Relaxationszeiten.

	Experimentelle Werte					Theoretische Werte			
Re- laxations- zeit	diese Arbeit	Rhodes	HUBER und Kan- trowitz	ZARTMAN	VAN ITTER- BEEK, MARIENS und THYS	STEWART und STEWART	MARIENS	BECKERLE	Вкоит
		[2]	[11]	[3]	[4]	[6]	[5]	[7]	[8]
$\tau_{02} \cdot 10^8 \mathrm{s}$	1,29*	2,2**			200	2,1 °°°	0,1##	0,049+ 0,090++	1,7+++
$ au_{13} \cdot 10^8  \mathrm{s}$	1,93*		1,07 ***	1,6°	200	2,3#	0,25##	0,082+ 0,166++	1,8+++

\* in n-H<sub>2</sub> bei 20 °C, \*\* in p-H<sub>2</sub> bei 25 °C, \*\*\* mit Stoßwellenmethode in n-H<sub>2</sub> bei 285 °K, ° in n-H<sub>2</sub> bei 36,53 °C, °° in n-H<sub>2</sub> bei 228 °K, °° in n-H<sub>2</sub> bei 0 °C aus Absorptionsmessungen, # in n-H<sub>2</sub> bei 0 °C aus Dispersionsmessungen, # für 290 °K, † mit Maxwellscher Geschwindigkeitsverteilung, †† mit eindimensionaler Geschwindigkeitsverteilung, †† für 300 °K.

nach Gl. (2) berechnete klassische Absorption  $\alpha_1/\beta_0$ 

In Tabelle III sind die in dieser Arbeit ermittelten Relaxationszeiten mit den von anderen Autoren theoretisch oder experimentell bestimmten Werten verglichen. Es muß berücksichtigt werden, daß die in der vorliegenden Arbeit bestimmten Werte τ<sub>02</sub> und T<sub>13</sub> die Relaxationszeiten in normalem Wasserstoff sind. Nach TAKAYANAGI [16] sowie TAKAYANAGI und Ohno [17] hängt  $\tau_{02}$  (dasselbe gilt natürlich auch für 713) auch von den Reaktionen der Stoßpartner, die entweder Ortho- oder Paramoleküle sind, ab. Da die Reaktionen von Ortho- und Paramolekülen verschieden sein können, hängen die Relaxationszeiten also von der prozentualen Zusammensetzung des Ortho-Para-Gemischs ab. Bezeichnet man die Relaxationszeit des 0-2-Übergangs eines Paramoleküls in sonst reinem Para- bzw. Orthowasserstoff mit 5  $\tau'_{02}$  bzw.  $\tau''_{02}$ , so ist in einem Gemisch (N Teile p-H<sub>2</sub>, 1-N Teile o-H<sub>2</sub>) folgende Relaxationszeit des 0 – 2-Übergangs zu erwarten:

$$\frac{1}{\tau_{02}} = \frac{N}{\tau_{02}'} + \frac{1 - N}{\tau_{02}''}.$$

Der von Rhodes [2] bestimmte Wert würde also  $\tau'_{02}$  entsprechen.

Zum Schluß möchte ich Herrn Prof. Dr. Dr.-Ing. E. h. E. MEYER für die Anregung zu dieser Arbeit und für viele wertvolle Ratschläge danken. Die Deutsche Forschungsgemeinschaft unterstützte die Arbeit in dankenswerter Weise durch eine Sachbeihilfe.

(Eingegangen am 17. Dezember 1959.)

#### Schrifttum

- [1] Roy, A. S. und Rose, M. E., Proc. Roy. Soc. A
- 149 [1935], 511.
  [2] Rhodes, J. E., Phys. Rev. 70 [1946], 932.
  [3] Zartman, I. F., J. acoust. Soc. Amer. 21 [1949],
- [4] VAN ITTERBEEK, A. und MARIENS, P., Physica 4 [1937], 609. VAN ITTERBEEK, A. und Thys, L., Physica 5 [1938], VAN ITTERBEEK, A. und VERHAEGEN, L., Nature,
  - [5] Mariens, P., Coll. over Ultrason., S. 74-81. Trillingen 1951.
- [6] STEWART, E. S. und STEWART, J. L., J. acoust. Soc. Amer. 24 [1952], 194.
- Beckerle, J. C., J. Chem. Phys. 21 [1953], 2034.
- [8] Brout, R., J. Chem. Phys. 22 [1954], 934.

Lond. 167 [1951], 477.

- [9] MEYER, E. und SESSLER, G., Z. Phys. 149 [1957],
- [10] PARBROOK, H. D. und TEMPEST, W., J. acoust. Soc. Amer. 30 [1958], 985.
- [11] HUBER, P. W. und KANTROWITZ, A., J. Chem. Phys. 15 [1947], 275.
- [12] Herzfeld, K. F. und Litovitz, T. A., Absorption and dispersion of ultrasonic waves. Academic Press, New York und London 1959.
- [13] Sessler, G., Acustica 8 [1958], 395.
- [14] GREENSPAN, M., J. acoust. Soc. Amer. 26 [1954], 70.
- [15] GIAUQUE, W. F., J. Amer. Chem. Soc. 52 [1930], 4816.
- [16] TAKAYANAGI, K., Proc. Phys. Soc. Lond. A 70 [1957], 348.
- [17] TAKAYANAGI, K. und Ohno, K., Progr. Theor. Phys. **13** [1955], 243.
- <sup>5</sup> Es ist anzunehmen, daß sich  $\tau_{02}$  und  $\tau_{02}'$  nicht sehr stark voneinander unterscheiden.

# FREQUENZMESSUNGEN AN GESUNGENEN AKKORDEN

von W. LOTTERMOSER und FR.-J. MEYER, Braunschweig Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt

## Zusammenfassung

Mit einer speziellen Suchtonanalyse wurden die Simultanintervalle von bekannten Chören ermittelt. Dabei zeigte sich neben einer erheblichen Frequenzbreite der einzelnen Töne, daß große Terzen meist zu weit, kleine Terzen meist zu eng gesungen werden, während Quinten und Oktaven der reinen Stimmung besser entsprechen.

## Summary

By means of a special search-tone analysis, the simultaneous intervals as sung by famous choirs were measured. There was a large variation in single tones, major thirds were too wide, minor thirds too narrow, but fifths and octaves were closer to the just intervals.

#### Sommaire

A l'aide d'une analyse spéciale des tons, on a étudié les intervalles simultanés de chœurs connus. On a constaté que les sons simples occupent une bande de fréquence considérable; les tierces majeures sont chantées la plupart du temps avec un écart d'intervalle trop grand, les tierces mineures avec un écart trop petit, tandis que les quintes et les octaves correspondent mieux à leur véritable définition.

## 1. Fragestellung

In Zusammenhang mit den Problemen, welche durch die internationale Neufestsetzung der Stimmtonfrequenz a1 = 440 Hz [1] ausgelöst wurden, steht die Frage nach dem Reinheitsgrad bei Musikdarbietungen. Im besonderen interessiert, was für Intervalle von A-capella-Chören gesungen werden, beziehungsweise ob solche Chöre rein oder temperiert singen und welche Abweichungen von den verschiedenen Tonsystemen vorkommen. Gemeinhin wird angenommen, daß gutgeschulte Chöre vorwiegend rein singen, woraus sich ergeben müßte, daß bei Modulationen von einer Tonart zur anderen und bei Rückkehr zur Tonika heträchtliche Differenzen gegen die Ausgangsfrequenzlage auftreten können. Erwägungen über solche Erscheinungen hatte bereits M. Planck angestellt, worauf vor einiger Zeit H. Meinel [2] aufmerksam machte.

Zur Abschätzung der zu erwartenden Frequenzunterschiede sei an eine frühere Arbeit [3] erinnert, in welcher gezeigt wurde, daß es der menschlichen Stimme unter keinen Umständen möglich ist, eine Frequenz mit einer Genauigkeit von Bruchteilen eines Promille zu erzeugen. Abweichungen von etwa  $\pm 2$  Hz bei 440 Hz wurden gemessen, was  $\pm 8$  cent entspricht. Der zeitliche Verlauf einer solchen Frequenzmodulation ist bei der chorisch geschulten Stimme im allgemeinen unregelmäßig. Singen demnach zwei Sänger dieser Art ein Intervall, zum Beispiel a<sup>1</sup> — cis<sup>2</sup>, so kommen wegen ihrer natürlichen Tonhöhenschwankungen alle möglichen Intervalle zwischen 384 und 416 cent vor, was bedeutet, daß

innerhalb der gegebenen Schwankungsbreite die reine (386 cent), die temperierte (400 cent) und sogar die pythagoräische große Terz (408 cent) liegt. Es dürfte demnach überhaupt schwierig sein, bei Chören, die aus einer größeren Anzahl von Mitwirkenden bestehen, eindeutige Intervalle zu definieren [4]. Noch größere Frequenzschwankungen, wenn auch periodische, wurden bei solistisch ausgebildeten Sängern gemessen [5]. Hier betragen die Frequenzänderungen  $\pm 1$  Halbton =  $\pm 100$  cent. Allerdings hört man eine mittlere Frequenz heraus, weil die Modulation meist sehr gleichmäßig hinsichtlich des Frequenzhubs und der Periodendauer ist. Infolgedessen sind solche Stimmen weniger für chorisches Singen geeignet, denn die Modulationsperiode stimmt bei den einzelnen Sängern in der Regel nicht überein. Derartige Erscheinungen lassen sich bisweilen im Gesangsquartett der Neunten Symphonie von Beethoven feststellen.

Da bisher unseres Wissens noch keine genauen Intervallmessungen an Chören vorgenommen wurden, soll vorliegende Arbeit darüber Aufschluß geben, aus welchen Intervallen sich die Akkorde bei Chordarbietungen zusammensetzen und wie groß die durchschnittlichen Abweichungen vom reinen Intervall sind. Die Messungen 1 beschränken sich auf weltbekannte, hervorragend geschulte Oratorienchöre, um eine gewisse Garantie dafür zu haben, daß auffallende Unreinheiten nicht vorkommen. Zunächst soll nur das vertikale, also simultane Erklin-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Herrn E. Simon sind wir für seine wirksame Hilfe bei den Messungen und Auswertungen dankbar.

gen von Akkorden Gegenstand der Untersuchung sein, während es nicht der Zweck der Arbeit sein soll, Frequenzgrenzen zwischen rein und unrein empfundenen Akkorden festzulegen.

#### 2. Meßverfahren

Bei früheren Frequenzmessungen wurden Verfahren nach dem Prinzip des Tonhöhenschreibers [3], [5] oder Tonhöhenschwankungsmessers, welche die zeitliche Frequenzänderung zu messen gestatten [6], benutzt. Derartige Methoden sind aber zur simultanen Intervallmessung nicht geeignet. Eine Vorselektion durch schmale Bandpässe kann im vorliegenden Fall nicht angewandt werden. Es wurde daher eine spezielle Suchtonanordnung entwickelt, welche mit einem dekadisch einstellbaren RC-Generator arbeitet. Das Blockschaltbild der Anordnung zeigt Bild 1. Die zu messenden Wechselspannungen wurden durch einen Tiefpaß mit einer Grenzfrequenz von 1000 Hz gesiebt und mit einer Suchfrequenz von 10 bis 11 kHz moduliert, wobei diese in meßbaren Stufen von 1 Hz verändert werden konnte. Im Modulator entstanden neben den Summationsfrequenzen auch die Differenzfrequenzen, welche durch ein 10 000-Hz-Quarzfilter der Bandbreite 2 Hz ausgesiebt und durch einen Pegelschreiber registriert wurden.

Die zu untersuchenden Darbietungen wurden von Schallplatte oder Rundfunk auf Tonband aufgenommen. und von den interessierenden Stellen Bandschleifen hergestellt, die jede eine Zeitdauer von

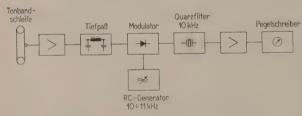


Bild. 1. Blockschaltbild der Meßeinrichtung.

1,3 s erfaßten. Diese Schleifen liefen bei der Analyse mehrere Minuten lang um, wobei die Suchfrequenz jeweils 10 s lang konstant blieb, ehe sie um jeweils 1 Hz weitergeschaltet wurde. In dieser Zeit wurde die Schleife also mehr als siebenmal abgetastet. Entsprechend der Frequenz- und auch Amplitudenschwankung der Chöre veränderte sich die durch den Pegelschreiber angezeigte Amplitude im Rhythmus des Tonbandumlaufes.

Die ganze Anlage wurde mit verschiedenen bekannten Vergleichsfrequenzen kalibriert, wobei sich maximale Abweichungen von 0,25 Hz ergaben.

#### 3. Auswertung

Proben aufgenommener Meßstreifen sind in Bild 2 wiedergegeben. Man entnimmt ihnen, daß, wie vorausgesehen, in keinem Fall eine einzige Frequenz mit der Bandbreite des Filters auftritt. Man erkennt vielmehr mehr oder weniger große Verbreiterungen, welche durch die Tonhöhenschwankungen der mitwirkenden Sänger verursacht werden. Dabei lassen sich solche Diagramme, bei denen ein deutliches Maximum vorhanden ist (a), was bedeutet, daß die meisten Sänger die gewollte Frequenz getroffen haben, von denen unterscheiden, die mehrere Maxima zeigen (b), wo also einige Sänger auf der einen, andere auf einer zweiten oder dritten Frequenz singen. Sind die Frequenz- und Amplitudenschwankungen gering, so bleibt der Zeiger des Pegelschreibers in der Nähe des Maximums. In den meisten Fällen läuft der Zeiger in der Meßzeit aber stark auf und ab, was bedeutet, daß die eingestellte Frequenz nur vorübergehend getroffen wird. Man kann deshalb an Hand der Diagramme auf die Häufigkeit des Vorkommens bestimmter Frequenzen schließen. Beispielsweise gibt es Fälle, in denen eine falsche Frequenz laut aber weniger häufig gesungen wird, während im gleichen Zeitabschnitt einige Sänger - nicht so laut, aber häufiger - richtig intonieren. Aber auch der umgekehrte Fall (c) kommt vor, daß die lauteste Frequenz zugleich die häufigste ist und dem reinen Intervall entspricht, während nur einige Mitwirkende leise und unrein singen. Diese fallen dabei natürlich kaum ins Gewicht, da der Verdeckungseffekt für eine Unterdrückung der schwächeren benachbarten Töne sorgt. Oftmals lassen die Diagramme zwei besonders auffallende Maxima in geringem Frequenzabstand erkennen (d), wobei die Häufigkeit in den Maxima geringer ist als zwischen ihnen. Das bedeutet, daß die Frequenzschwankungen so synchronisiert sind, daß sich beide Gruppen von Sängern auf der mittleren Frequenz ergänzen. Es kann aber auch vorkommen, daß die mittlere Frequenz seltener auftritt als die daneben liegenden Maxima. Da es sich bei Chören vorzugsweise nicht um periodische Frequenzschwankungen sondern um statistische handelt, kommen alle möglichen Fälle der Amplituden- und Frequenzveränderungen vor. Infolgedessen sind auch Schwebungen sowohl innerhalb einer Stimme wie auch bei den Intervallen zwischen den Stimmen nicht zu bemerken.

## 4. Ergebnisse

## 4.1. Unisono-Gesang

Um ein Maß für die durchschnittliche Abweichung von der gewollten Frequenz zu bekommen, wurden einige Unisono-Stellen nach ihrer Halbwertsbreite

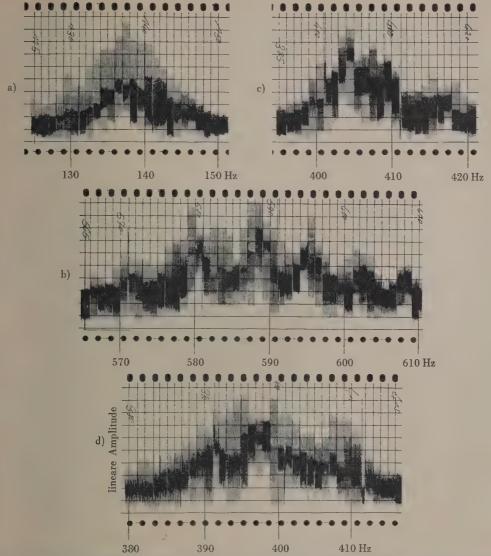


Bild 2. Beispiele von Frequenzregistrierungen bei Chören. Auf jeder einzelnen Abbildung ist die Analyse eines gesungenen Tones wiedergegeben. Die Suchtonfrequenz wurde dabei schrittweise um 1 Hz verändert. Die Erläuterung zu (a) bis (d) siehe Text.

ausgewertet. Wie üblich wurde dabei die Frequenzbreite ausgemessen, bei der die Amplitude 0,707 des Maximalwertes beträgt. Als mittlere Abweichung von der Frequenz größter Amplitude wurde  $\pm 1,45\%$  ermittelt, wobei der kleinste Fehler zu  $\pm 0,6\%$ , der größte Fehler zu  $\pm 2,9\%$  gefunden wurde. Im cent-Maß würde dies folgende Werte ergeben:  $\pm 25$  cent,  $\pm 10$  cent und  $\pm 49,5$  cent. Diese Abweichungen sind größer als die aus den Tonhöhenschwankungen einzelner Sänger ermittelten Werte, was sich dadurch erklären läßt, daß sich die Chorsänger, die einzeln mit geringeren Abweichungen singen, gegenseitig beeinflussen [7] beziehungsweise nach einander orientieren, wodurch die Fehler größer werden.

#### 4.2. Intervallsingen

Die einzelnen Messungen, deren Zahl in die Hunderte geht, sollen hier nicht wiedergegeben werden, auch sollen die angegebenen Werte nicht in Verbindung mit den Namen der untersuchten Chöre genannt werden, um irgendwelche Gütebewertungen auszuschließen. Aus den Pegelregistrierungen wurden jeweils diejenigen Frequenzen ermittelt, bei welchen Maxima der Amplituden lagen, aber nur solche zur Intervallbestimmung verwendet, die tatsächlich gesungen wurden; Obertöne wurden nicht zur Messung benutzt. In der Hauptsache handelt es sich um Schlußakkorde, die mit ausreichender Dauer wiedergegeben wurden, nur gelegentlich wurden

Tabelle I. Gemessene, mittlere Abweichungen von den reinen Intervallen und deren durchschnittliche Fehler.

Intervall	Größe des reinen	Mitt	lere Abweic reinen In in c	tervallen	n den	Durchso	hnittliche A Mittelv in c	vert ±	gen vom
Hiteryon	Intervalls in cent	Chor A	Chor A mit Orchester	Chor B	Chor C	Chor A	Chor A mit Orchester	Chor B	Chor C
kleine Terz große Terz Quarte Quinte kleine Sexte große Sexte Oktave	316 386 498 702 814 884 1 200	$ \begin{array}{r}     - \\     + 33 \\     - 8,0 \\     + 0,4 \\     - 22 \\     + 20 \\     - 7,2 \end{array} $	$\begin{array}{r} -12 \\ +28 \\ +8,0 \\ -3,3 \\ +6,3 \\ +22 \\ +6,7 \end{array}$	$egin{array}{c} -30 \ +28 \ +9,6 \ +3,5 \ -29 \ +72 \ +19 \ \end{array}$	$     \begin{array}{r}       -79 \\       +54 \\       +3,7 \\       -20 \\       -30 \\       -30 \\       -20 \\    \end{array} $	29 12 21 41 41 21	14 1,4 16 38 16 5 34	22 28 32 22 25 27 35	47 41 61 41 41 - 40

auch andere längere Akkorde aus dem Verlauf der Stücke herangezogen. In Tabelle I sind die mittleren Abweichungen der gemessenen Intervalle vom jeweiligen reinen Intervall angegeben, wobei außerdem die durchschnittlichen Abweichungen vom Mittel zur Veranschaulichung der erheblichen Schwankungsbreite eingetragen wurden. Der Vollständigkeit halber wurden die cent-Werte der reinen Intervalle mit beigefügt.

So wird deutlich, daß Chöre keineswegs in reiner Stimmung singen. Die Abweichungen sind sogar so groß, daß es nicht möglich ist, sie überhaupt noch in die bekannten Stimmungssysteme einzuordnen.

Der wichtigste Befund ist der, daß die große Terz in allen Fällen um etwa 1/3 bis 1/2 Halbton zu hoch gesungen wird, was wohl daher kommt, daß die Sänger die Charakteristik des Dur-Klanges besonders herauszuarbeiten bestrebt sind. Sie nähern sich damit der pythagoräischen großen Terz, die um 22 cent größer als die reine ist. Diese Tendenz geht auch beim Musizieren mit Orchester nicht verloren, sondern wird sogar deutlicher, wie die durchschnittliche Abweichung zeigt. Es ist bemerkenswert, daß dieses Ergebnis im Einklang mit früheren Messungen in den USA [8] steht, wo bei Quartettdarbietungen eine ähnliche Erweiterung der großen Terzen festgestellt wurde. Die kleinen Terzen wurden auf der anderen Seite zu eng dargeboten, wodurch der Mollcharakter betont wird [9]. Die geringsten Abweichungen in der reinen Stimmung wurden bemerkenswerterweise bei der Quinte gemessen, die oft mit erstaunlicher Genauigkeit getroffen wird. Man kann annehmen, daß dies daher kommt, daß den Sängern durch die harmonischen Obertöne 2. und 3. Ordnung eine deutliche Kontrolle über die Reinheit des Quintenintervalls möglich ist. Größere Abweichungen von der reinen Stimmung wurden bei der Quarte und Oktave gemessen, was an sich merkwürdig ist, da die Eigenkontrolle durch die Obertöne bei der Oktave noch besser sein müßte als bei der Quinte. Die größten Fehler treten bei den Sexten auf, wobei ähnlich wie bei den Terzen bei der großen Sexte eine Tendenz zur Erweiterung, bei der kleinen eine solche zur Verengung angedeutet ist. Hinsichtlich der Abweichungen vom Mittelwert ist noch zu bemerken, daß die besten, also geringsten Werte naturgemäß beim Singen mit Orchester zustande kommen, weil die gehörsmäßige Orientierung nach den Instrumenten größerer Frequenzkonstanz ein besseres Treffen der gewollten Frequenzen ermöglicht. Im übrigen weichen die Streuungen bei Chor A und B nicht sehr voneinander ab, während sie bei C meist größer sind.

#### 5. Schluß

Natürlich bedarf es noch weiterer Messungen, um insbesondere die Intervallgrößen im Verlaufe horizontaler Bewegungen der Einzelstimmen zu messen. Schon jetzt kann aber festgestellt werden, daß Chöre mit einer erheblichen Frequenzbreite singen und daß ihre Intervalle keineswegs dem reinen Stimmungssystem zugeordnet werden können. So werden die großen Terzen meistens wesentlich zu weit, die kleinen Terzen zu eng intoniert [10].

(Eingegangen am 10. Januar 1960.)

#### Schrifttum

- [1] Deutsche Normen, Norm-Stimmton DIN 1317, Beuth-Vertrieb GmbH., Berlin W 15 und Köln.
- [2] Meinel, H., Acustica 5 [1955], 284.
- [3] GRÜTZMACHER, M. und LOTTERMOSER, W., Akust. Z. 5 [1940], 1.
- [4] SACERDOTE, G. G., Acustica 7 [1957], 61. In dieser Arbeit wird u. a. Chorgesang mit Hilfe der Auto-Korrelationsfunktion untersucht.
- [5] GRÜTZMACHER, M. und LOTTERMOSER, W., Akust. Z. 3 [1938], 183.
- [6] LOTTERMOSER, W. und von Braunmühl, H. J., Acustica 5 [1955], 92.
- [7] DEUTSCH, J. A. und CLARKSON, J. K., Nature, Lond. 183 [1959], 167.
  [8] NICKERSON, J. F., J. acoust. Soc. Amer. 21 [1949],
- 593.
  [9] Vgl. auch Angaben über die Terzen in Hinde-
- [9] Vgl. auch Angaben über die Terzen in HINDE MITH, P., Unterweisung im Tonsatz, Mainz 1940.
- [10] Vgl. auch die Ausführungen über die Schwankungserscheinungen in der Musik von F. WINCKEL in Klangstruktur der Musik, Berlin-Borsigwalde 1955.

## LETTERS TO THE EDITORS

## Zur Unterteilung des hörbaren Frequenzbereiches in Frequenzgruppen

Das menschliche Gehör kann in einem Frequenzbereich von etwa 20 Hz bis 16 kHz Töne oder Geräusche wahrnehmen. Bei vielen Problemen, die mit dem Gehör zusammenhängen, ist es wünschenswert, diesen Frequenzbereich aufzuteilen. Von der mathematisch-physikalischen Seite bieten sich die lineare und die geometrische Unterteilung an. Besonders letztere wird in Oktavund Terzbandpässen häufig angewendet. Solche Aufteilungen können recht brauchbar sein, obwohl sie willkürlich sind. Bei manchen Problemen dagegen ist eine Unterteilung erwünscht, die mehr derjenigen entspricht, die das Gehör selbst trifft. Hier bieten sich in ganz besonderer Weise die Frequenzgruppen an, die an der Schwelle des Hörens, bei Verdeckungen, bei Wahrnehmung von Phasenbeziehungen und vor allem auch bei der Empfindung der Lautstärke eine wesentliche Rolle spielen und dort auch direkt gemessen werden können. Es muß betont werden, daß nach den bisherigen Meßergebnissen die Breite der Frequenzgruppen zwar festliegt, die Lage aber vom Gehör selbst kontinuierlich verschoben werden kann. Es scheint, daß die Aufteilung in Frequenzgruppen sehr eng mit der Mechanik des Innenohres, der eben wahrnehmbaren Frequenzänderung und der subjektiven Tonhöhenempfindung zusammenhängt.

Bei der ISO-Tagung in Stockholm 1958 wurde in der Arbeitsgruppe "Loudness from objective analysis" vom Technischen Komitee 43 beschlossen, einen Vorschlag über zu bevorzugende Grenzfrequenzen der Frequenzgruppen auszuarbeiten. Dieser Vorschlag sollte bei der Entwicklung von Verfahren zur Berechnung der Lautstärke zugrundegelegt werden. Der Vorschlag wurde ausgearbeitet. Bei der ISO-Tagung in Rapallo 1960 wurde die weitere Besprechung des Vorschlages in der ISO zurückgestellt, jedoch eine baldige Veröffentlichung empfohlen, damit Interessenten sich danach einrichten können und Meß- bzw. Berechnungsergebnisse, denen die Frequenzgruppeneinteilung zugrunde liegt, untereinander verglichen werden können.

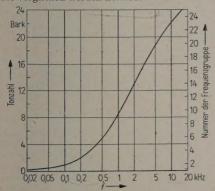


Tabelle I.

Band	Mitten-	Grenz-	Band-		
Nr.	frequenz	frequenz	breite		
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24	50 150 250 350 450 570 700 840 1 000 1 170 1 370 1 600 1 850 2 150 2 500 2 900 3 400 4 000 4 800 5 800 7 000 8 500 10 500 13 500	20 100 200 300 400 510 630 770 920 1 080 1 270 1 480 1 720 2 000 2 320 2 700 3 150 3 700 4 400 5 300 6 400 7 700 9 500 12 000 12 000 15 500	80 100 100 100 110 120 140 150 160 210 240 280 320 380 450 550 700 900 1 100 1 300 1 800 2 500 3 500		

In der Tabelle sind die Werte für die Aufteilung des Hörbereiches in Frequenzgruppen angegeben, wie sie in dem Vorschlag für die ISO in seiner letzten Form enthalten sind. Da die Angaben auf subjektiven Messungen beruhen, die immer mit Ungenauigkeiten behaftet sind, konnten die angegebenen Grenzfrequenzen in dem Vorschlag so abgerundet werden, daß für die Frequenzgruppen Nr. 3, Nr. 9 und Nr. 18 Mittenfrequenzen von 250 Hz, 1000 Hz und 4000 Hz entstanden sind. Die tiefste Grenzfrequenz wurde aus praktischen Gründen nach 20 Hz gelegt.

In der Abbildung ist die vollständige Funktion aufgetragen, die den Zusammenhang zwischen der Frequenz und der Tonzahl beschreibt. Die Tonzahl ist eine Größe, die die natürliche Teilung der höheren Frequenzbereiche durch das Gehör zu berücksichtigen sucht. Als Einheit wird von uns das "Bark" (zur Erinnerung an Prof. Barkhausen, den Schöpfer der ersten Lautstärke-Einheit) benutzt. Einer Tonzahldifferenz von 1 Bark entspricht auf der Frequenzskala immer die Breite einer Frequenzgruppe. Der ISO-Vorschlag ist nur eine der vielen Möglichkeiten der Unterteilung. Er ist auf der rechten Seite der Abbildung als Ordinate aufgetragen.

(Eingegangen am 3. Mai 1960.)

E. ZWICKER Institut für Nachrichtentechnik der Technischen Hochschule Stuttgart

#### Ultrasonic effect on electroluminescent panels \*

Continuing our previous experiments [1] we found that in the green or blue lighting electroluminescent

\* Some of these results with full particulars were reported by J. Weiszburg at the Second Acoustic and Ultrasonic Colpanels used by us and operating at a voltage in the frequency range from 50 to 5000 c/s, - just because of

loquium of the L. Eörvös Physical Society (Budapest, 7-8 April, 1959).

the special construction of these panels [2]—from the point of view of light production, the ZnS grains are in an advantageous position, while on the  $\rm TiO_2$  embedded in the dielectric medium of the panel as a filling-material, having piezoelectric and electroluminescent properties, the field strength scarcely approaches the threshold value necessary to produce light. The ultrasonic irradiation reacting the electroluminescent panel causes local heating of the embedded luminescent and filling powder-grains in the dielectric medium. As is well-known, the dielectric constant of  $\rm TiO_2$  above room temperature decreases considerably [3].

It is also known that the dielectric constant of titanates decreases when the field-strength applied to them increases [4].

Therefore, according to our second hypothesis concerning the mechanism of the observed effect, the process consists of the following principal phases:

In consequence of the rise in temperature the dielectric constant of TiO<sub>2</sub> decreases. At the same time the electric field-strength on the TiO<sub>2</sub> grains causes a further decrease of their dielectric constant. This causes again an augmentation of the field-strength, i. e. a further decrease of the dielectric constant. In the new state of equilibrium in consequence of these processes the field-strength in ZnS-grains decreases. This results in

a decrease of the light-emission of ZnS and this quenching effect is further increased by the rise of temperature [5], [6]. The field-strength on TiO<sub>2</sub>-grains exceeds the light-threshold field-strength necessary for electroluminescent excitation and the typical yellowish colour, observed also by Harman [7], appears.

The temperature dependence of the light-emission of electroluminescent panels agrees with the physical picture given above.

(Received January 13th, 1960.)

J. WEISZBURG and P. GREGUSS, Jr. Industrial Research Institute for Telecommunication Technique and RSRI Ultrasonic Research Laboratory, Budapest.

- [1] Greguss, P. and Weiszburg, J., Acustica 9 [1959], 183.
- [2] Nagy, E. and Szabó, J., US. Pat. No. 2, 941.103.
- [3] SZKANAVI, G. I., Physics of dielectrics, (Hungarian translation). Akadémiai Kiadó, Budapest 1953.
- [4] Mason, W. P., Piezoelectric crystals and their application to ultrasonics. D. van Nostrand Co. Inc., New York 1956.
- [5] MATTLER, J., J. Phys. Radium Coll. de Lum. 23 [1956], Paris.
- [6] ALFREY, C. F., J. Phys. Radium Coll. de Lum. 22 [1956], Paris.
- [7] HARMAN, G. G., Phys. Rev. 111 [1958], 27.

## Misleading accelerometers

Many piezoelectric accelerometers are used for vibration measurements in the audio-frequency range. Being small and easily fixable they are very practical for structureborne sound measurements the more so as most noise sources cause approximately flat acceleration spectra. They can be calibrated easily according to the principle of reciprocity (see e. g. [1] or [2]) or by means of an electrodynamic exciter or by means of a travelling-wave tube [3]. For modern types the frequency response is sufficiently flat. Difficulties however may arise due to directional sensitivity effects. Moreover cable capacity variations may cause incorrect results. All this is well known.

That these effects together with possible rotational sensitivity and other, unknown, effects may cause more than 20 dB differences between levels for apparently identical situations seems to be less well known.

Attention may therefore be drawn to the following facts:

a A steel plate  $(1 \text{ m} \times 2 \text{ m}, 2.5 \text{ mm})$  thick) was excited by means of an electrodynamic exciter that was fed with single frequency signals. A piezoelectric pick-up was used to measure the acceleration level in one point of the plate. By turning the pick-up around an axis normal to the plate differences between maximum and minimum values of more than 20 dB could be found. This orientation dependence was extremely strong at the vibration nodes.

b The same plate was excited by half-octave band noise signals. In one band the level, as measured by one piezoelectric accelerometer, averaged over ten different points on the plate, appeared to differ in some cases as much as 21 dB from the average determined with the aid of another piezoelectric pick-up at the same points. The frequency dependence of this effect is rather irregular and obscure, the lower frequency bands giving the greater differences.

c The same experiment repeated on a concrete floor resulted in much smaller differences (e.g. 5 dB).

d Other experiments, on I-beams and on massive bars excited simultaneously by two exciters, indicate rotational sensitivity of the piezoelectric elements.

e One of the tested accelerometers (bending crystal type [4]) however was insensitive to the effect a. Moreover the measured levels agreed with those determined by means of a Philips electrodynamic velocity pick-up (type PR 9261; below 1000 c/s) and with those determined by means of an electrodynamic velocity pick-up built in our laboratory in such a way as to prevent rotational sensitivity (between 100 and 10 000 c/s; [5]) and with those determined by means of the travelling-wave tube mentioned above.

Inconsistent results of sound radiation experiments and of noise measurements in practice (e.g. in steel structures like ship hulls) gave rise to the mentioned investigations. A more detailed report on this subject is available on request.

(Received December 2nd, 1959.)

J. C. TUKKER and J. H. JANSSEN Technical Physics Department T.N.O. and T.H., Delft, Netherlands

#### References

- [1] MAGUIRE, C. R., The development and calibration of quartz accelerometers. Acustica 6 [1956], 196.
- [2] TAMM, K., Meßgeräte und Meßverfahren für Körperschall. Acustica 6 [1956], 189.
- [3] JANSSEN, J. H., Simple calibration of small vibration pick-ups. Acustica 8 [1958], 179.
- [4] OBERST, H. und PISCHEL, W., Richtungsselektiver piezoelektrischer Körperschall-Beschleunigungsmesser. D.S.I.R.-Bericht 1950; see also [2].
- [5] Essentially it is a refinement of an electrodynamic pick-up as developed and used by "Werkspoor" Engineering Works, Department F.D.O., Amsterdam.

## Recent studies of noise problems

The Acoustics Group of the Physical Society held a symposium in London on 24th March 1959 to review some of the more recent progress in research on problems relating to noise in everyday life. Of the six papers read, the first four dealt in various ways with the influence of noise on people, and the other two with more technical matters.

Mr. N. Fleming and Mr. D. W. Robinson of the National Physical Laboratory first examined the question of the "Measurement of Noise in Relation to the Effect on the Listener". They pointed out that we were concerned ultimately with the subjective properties of noise which determined its effects upon people, and it was therefore desirable to try to relate subjective effects to measurable physical characteristics. Of the subjective effects, loudness was the least ambiguous, while among the many relevant physical parameters, overall sound pressure level and frequency distribution were clearly two of the most important. Other factors such as long and short term intermittency, the presence of pure-tone components and the nature of the sound field could however also be important. The speakers discussed work on the estimation of loudness from measured frequency spectra; particulary that of QUIETZSCH, S. S. STEVENS and ZWICKER. The latter worker had developed a promising method related quite closely to the known mechanism of hearing. For assessing annoyance, they cited the community reaction studies of Stevens, Rosenblith and Bolt, and recent observations by Ronge and other recommending the use of the Sound Level Meter "A" reading.

Professor W. Burns of Charing Cross Hospital Medical School then took up the question of damage to hearing due to intense noise. He distinguished three types of effect: temporary hearing loss, persisting for minutes, hours or days after exposure; acoustic trauma, sudden and permanent damage following, say, an explosion; and occupational hearing loss due to long-term exposure to noise. In the latter case the effects tended to become apparent first of all in the region of 4000 c/s and to spread to lower frequencies. The main source of data in this field was still the Z 24-X 2 report of the American Standards Association 1954, though he (Professor Burns) considered that the presbyeusis data which it had employed were now open to criticism in the light of later work. He did not think it yet established that undue sensitivity to temporary hearing loss was an indication of similar sensitivity for cumulative loss. He concluded by referring to criteria for limitation of exposure to noise proposed by Rosenblith et al., Burns and Littler, and The American Academy of Ophthalmology and Oto-

Dr. D. E. Broadbent of the Medical Research Council Applied Psychology Unit at Cambridge spoke next of the effects of noise on working efficiency. He pointed out that field studies in factories often gave misleading results owing to the uncontrolled factors present. Careful laboratory experiments in Cambridge and recently in the U.S. had shown effects suggesting that men working in noise showed brief interruptions in their ability to take in information. Also tasks involving short term memory (e. g. mental arithmetic) might be hampered. About 90 dB overall level was the lower limit for most such effects. Short bursts of noise produced a temporary drop in efficiency immediately afterwards, followed by a compensating rise.

High frequencies appeared to be more disturbing than low for the same loudness. One puzzling result was that working in noise on one day appeared to have an adverse effect on performance on a subsequent day.

The noise levels acceptable in residential or working communities as determined by sampling public reaction to noise, were discussed by Mr. H. J. Purkis of the Building Research Station. He described the work of Beranek on acceptable levels in offices and parallel work at London Airport. Here it had been found that about 80 phons was the dividing line between acceptable and unacceptable noise in general offices. The work of Rosenblith, Stevens and Bolt on community reaction, based chiefly on complaints, was fairly well known and the Building Research Station was making similar studies, on a small scale, in Hertfordshire. The grading system adopted by the Station for sound insulation in houses and flats was based on a careful social survey covering some 1500 flats, and it was now possible to make fairly accurate predictions of the satisfaction of tenants in given types of building construction. In the discussion on this paper, stress was laid on the importance of ambient noise in influencing public reaction to a given disturbance. Daytime tolerance in Great Britain might be higher than the ROSENBLITH criterion suggested.

On the more technical side, Mr. D. M. A. MERCER of Southampton University discussed some of the complicating factors which could be important in measurements of jet aircraft noise. In ground testing in the open, these included the presence of the ground as a factor influencing noise output, the interference between direct sound and ground reflections, lack of symmetry in a vertical plane normal to the engine axis, and the uncertainty of the effective position of the source, which lies in the jet stream.

In test cells the sound field was usually intermediate between direct and reverberant, while the presence of absorbent splitters near the jet stream was difficult to allow for. Such factors could introduce uncertainties of several decibels into noise reading, and were particularly important where the relatively small effects of adding silencers were to be measured. Correlation measurements could be a valuable adjunct to noise studies, particularly for the case of cabin noise.

Finally Dr. A. E. W. Austen and Dr. T. PRIEDE reported on their studies of noise from automotive diesel engines. When noise from air intakes and exhausts had been silenced, the spectra showed a characteristic peak in the range 800 to 2000 c/s which caused the hard knock characteristic of the noise from diesel engines. The total intensity (omitting large low-frequency components due to the air intake) was proportional to the cube of the speed. Valve and timing covers were often the most prominent sources of noise and could usually be treated. This having been done, noise from injection equipment could become prominent on small engines; measures for suppressing it were available. Residual noise at higher frequencies was due to excitation of the engine surfaces (particularly the crankcase) or parts of them by the higher frequency components of the pulsating pressure in the cylinders, and could be accounted for quantitatively. It was thought that with continuing research and careful attention to detail high-speed diesel engines could be made as quiet as equivalent petrol engines are at present.

## New journal of auditory research

The board of editors announces the founding of "The Journal of Auditory Research", an interdisciplinary non-profit quarterly devoted to the scientific study of hearing. Publication will cover the fields of psychoacoustics, otology, audiology, neurophysiology of audition, speech and communications, auditory aspects of human engineering, musicology, instrumentation for hearing research, and all other aspects of audition. Special policies, will include quick but thorough editing, rapid publication, and lowest possible cost to subscribers. Dr. J. Donald Harris, of the Medical Research Laboratory, New London,

Conn., will be Editor of the new journal, and Dr. James Jerger, of Northwestern University, will be Associate Editor. The Editorial Policy Board consists of Drs. Norton Canfield, Raymond Carhart, Stacy Gulld, Henry L. Haines, Fred Kranz, Al Liberman, and E. Glen Wever. The new journal will be published by the C. W. Shilling Auditory Research Center, Inc. of Groton, Conn. Initial publishing costs have been defrayed by a grant from the Beltone Institute for Hearing Research.

Manuscripts and preliminary reports on all aspects of hearing are invited. They should be addressed to the Editor, 348 Long Hill Road, Groton, Conn. Advance subscription will be \$3.00, regular subscription, \$5.00.

# Werner Meyer-Eppler †

Am 8. Juli 1960 verstarb unerwartet der Direktor des Institutes für Phonetik und Kommunisationsforschung an der Universität Bonn, Professor Dr. W. Meyer-Eppler. Mit ihm ist ein Physiker dahingegangen, der auf seinem Fachgebiet als einer der führenden Wissen-

schaftler galt.

MEYER-EPPLER wurde am 13. 4. 1913 in Antwerpen geboren. Nach der Reifeprüfung in Köln studierte er Naturwissenschaften, trieb daneben aber auch Sprachstudien, die für sein späteres Arbeitsgebiet nützlich waren. In seiner Dissertation bei Fürchtbauer über "eine Anordnung zur direkten photoelektrischen Ausmessung von Funkenspektren" studierte er den Einfluß des Spaltes auf die Form der Spektren, ein Problem, das ihn in allgemeinerer Form auch noch in den folgenden Jahren während seiner Assistententätigkeit in Bonn beschäftigte und das er in seiner Habilitationsschrift 1942 erschöpfend behandelte. Neben theoretischen Untersuchungen, in denen er mit Hilfe der Fou-

rier-Transformation die Verzerrungen ermittelte, die durch die endliche Durchlaßbreite und die Form der Filter physikalischer Apparate hervorgerufen werden, führte er auch praktische Messungen an optischen Analysatoren aus. Diese Arbeit enthält auch wertvolle Ergebnisse für die Theorie der Schallanalyse und die Systemtheorie der elektrischen

Nachrichtentechnik.

Nach dem Kriege beteiligte sich Meyer-Eppler am Wiederaufbau des Phonetischen Institutes der Universität Bonn und wurde 1949 Assistent an diesem Institut, das nun den Namen "Institut für Phonetik und Kommunikationsforschung" führte. 1956 erhielt er eine Diätendozentur, 1957 wurde er zum apl. Professor und am Ende des gleichen Jahres zum Direktor des Institutes ernannt.

Seine Forschungen erstreckten sich von der Phonetik über die Akustik bis zur Informationstheorie. In der Phonetik benutzte er die Forschungsmethoden der exakten Naturwissenschaften zur Untersuchung der Sprachlaute, insbesondere der nichtperiodischen, wobei er auf statistische Verfahren zurückgriff. Auf akustischen Gebiet beschäftigten ihn vor allem die

biet beschäftigten ihn vor allem die Analysierverfahren, deren theoretische Grundlagen er wesentlich vertiefte. Hierüber erschien eine Abhandlung von ihm in den "Ergebnissen der exakten Naturwissenschaften". Auch der Korrelationsanalyse, die in den letzten Jahren an Bedeutung gewonnen hat, widmete er seine Untersuchungen.

Seine besondere Zuneigung galt der elektrischen Klangerzeugung und der elektronischen Musik. Über diese Themen erschienen mehrere zusammenfassende Schriften von ihm. Zusammen mit F. Enkel versuchte er, sinnvolle Anwendungsmöglichkeiten für die synthetischen Klänge zu finden.

Der Schwerpunkt seiner Arbeit lag in den letzten Jahren jedoch bei der Infor-

mationstheorie. In einer Reihe von Aufsätzen und Vorträgen bemühte er sich, die Gedanken der neuen Theorie zu verbreiten. Seine eigenen Forschungen sind in seinem 1959 erschienenen Buch "Grundlagen und Anwendungen der Informationstheorie" zusammengefaßt, das zugleich den Höhepunkt und Abschluß seiner wissenschaftlichen Arbeit darstellt.

MEYER-EPPLER zeichnete sich durch seine starke Arbeitskraft und Aktivität aus. Er war Mitglied und Ehrenmitglied in- und ausländischer wissenschaftlicher Gesellschaften, Schriftleiter und Mitherausgeber mehrer rer Zeitschriften und hat selbst mehr als 70 Arbeiten veröffentlicht. Sein Werk sichert dem früh Verstorbenen ein bleibendes Andenken bei seinen Fachkollegen.

W. KALLENBACH

